



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра алгебры и математической логики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 П.Г. Кононенко  
(подпись)

« 19 » июня 20 19 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория чисел**

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математикк



### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Теория чисел" в четвертом семестре являются получение базовых знаний по основным разделам данной науки:

- теория делимости;
- сравнения и их основные свойства;
- конечные и бесконечные цепные дроби;
- сравнения с неизвестной величиной;
- квадратичные вычеты и невычеты;
- первообразные корни и индексы.

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура:

- умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями;
- знание основных понятий и теорем теории чисел, основных алгоритмов решения типовых задач указанных выше разделов дисциплины;
- умение корректно применять полученные знания для решения прикладных задач по обработке экспериментальных данных.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП

Курс "теория чисел" в четвертом семестре использует материал элементарной математики, дискретной математики, основ алгебры и действительного, комплексного и функционального анализа.

Он необходим при изучении алгебраических дисциплин, теории вероятностей, при изучении дисциплин модуля «Информационные технологии» (операционные системы, компьютерные сети), дисциплин модуля «Вычислительная и прикладная математика» (сетевые модели, параллельное программирование, интеллектуальные системы), при научно-исследовательской работе

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** материал элементарной математики, дискретной математики, основ алгебры, аналитической геометрии, основ действительного, комплексного и функционального анализа

**Уметь:** проводить вычислительные действия, логические построения, анализировать имеющиеся данные и соотносить их с необходимыми действиями по решению задачи

**Иметь навыки владения:** основными фактами и сведениями из указанных дисциплин, навыками построения алгоритмов на основе анализа имеющихся данных для достижения решения предъявленной задачи.

Курс «теория чисел» необходим при изучении алгебраических дисциплин, теории вероятностей, при изучении дисциплин модуля «Информационные технологии» (операционные системы, компьютерные сети), дисциплин модуля «Вычислительная и прикладная математика» (сетевые модели, параллельное программирование, интеллектуальные системы), при научно-исследовательской работе.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

**3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина** (согласно матрице соответствия компетенций и составляющих ОП)

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- а) общекультурные (ОК): нет



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика

б) общепрофессиональные (ОПК): нет

в) профессиональные (ПК):

ПК-1 Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания в области фундаментальной, прикладной математики и (или) основ информационных технологий

г) дополнительные (ПКВ): нет

### 3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

основные понятия и результаты теории чисел (основные определения, формулы и алгоритмы решения классических задач;

Уметь:

пользоваться языком теории чисел, решать типовые задачи по указанным выше разделам, самостоятельно корректно ставить задачу в заданном контексте с последующим ее анализом и решением.

Владеть:

навыками работы с математическими текстами, методами контекстной обработки информации и самостоятельного решения задачи с дальнейшим ее изложением и обоснованием.

### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 академических часов).

#### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)  Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	
1.	Исторический обзор. Предмет и основные методы теории чисел. Принцип математической индукции	4	4	4 семинар	
2.	Отношение делимости. Простые числа и основная теорема арифметики.	4	4	4	.
3.	Числовые сравнения. Классы вычетов по заданному натуральному модулю	4	4	4	
4	Основные арифметические функции. Их свойства	4	4	2	
5.	Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.	4	2	2	
6.	Сравнения с переменной	4	6	6	



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика

	величиной и методы их решения.				
7.	Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.	4	4	4	
8.	Показатель числа и первообразные корни. Индексы и их приложения.	4	6	4	
Итого за семестр:			34	30	Зачет

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Предмет курса. Краткий исторический обзор развития теории чисел. Основные направления исследований и основные методы. Общие основы понятия целого числа. Принцип математической индукции. Различные его формулировки. Метод бесконечного спуска.

2. Теорема о делении с остатком. Отношение делимости и его свойства. Наибольший общий делитель нескольких чисел. Алгоритм Евклида. Простые числа. Основная теорема арифметики. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена

3. Сравнения и их основные свойства. Вычеты и классы вычетов по заданному модулю. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Арифметические приложения сравнений: отыскание остатков от деления, установление признаков делимости.

4. Сумма делителей и количество делителей числа. Целая часть числа. Функция Эйлера. Ее мультипликативность

5. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства. Рекуррентные соотношения для вычисления подходящих дробей. Представление рациональных дробей конечными цепными дробями. Бесконечные цепные дроби. Сходимость бесконечных цепных дробей. Представление иррациональных чисел бесконечными цепными дробями. Теорема Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби.

6. Понятие решения сравнения. Равносильные сравнения. Решение сравнения перебором полной системы вычетов.

Сравнения первой степени. Простейшие приемы решений: с помощью формулы Эйлера, методом цепных дробей. Приложение к решению уравнений первой степени с двумя переменными. Сравнения  $n$ -й степени по простому модулю. Теорема о понижении степени сравнения. Теорема Лагранжа о числе решений сравнения. Критерий Вильсона простоты числа.

Сведение сравнений второй степени к двучленному виду. Двучленные сравнения по простому модулю

7. Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера квадратичности вычета и невычета. Число классов вычетов и невычетов. Символ Лежандра и его свойства. Закон квадратичной взаимности. Вычисление символа Лежандра.

8. Показатель числа по модулю. Свойства показателей. Первообразные корни. Критерий первообразности. Существование и число классов первообразных корней по простому модулю. Свойства индексов. Таблицы индексов. Приложение к решению сравнения с переменной. Двучленные сравнения  $n$ -й степени. Степенные вычеты  $n$ -й степени.



### 5. Образовательные технологии

Лекции с обеспечением студентов текстами (электронными версиями); использование компьютерных презентаций. Создание и демонстрация разрешения проблемных ситуаций в развитии научного знания в изучаемой области математики.

Лабораторные занятия с использованием сборника задач, составленного лектором (существует в электронном виде). Также на лабораторных занятиях используются активные формы, в частности, - технологии **проблемного обучения** (не менее 30% занятий), а также технология развития критического мышления (не менее 20% занятий), технологии смешанного обучения. Основной тип проблемных ситуаций - *решение учебных проблем*, чем обеспечивается сознательность, глубина и прочность знаний, повышение уровня самостоятельности обучаемых, выработка у них способности к актуализации ранее полученных и вновь приобретаемых знаний.

Возможно также использование технологий модульного обучения (с учетом разнообразных связей и взаимного влияния материала, относимого к различным модулям).

Важная роль отводится проблемной организации *самостоятельных* форм обучения (текущих домашних заданий, домашних контрольных работ).

Существенной является также выработка у студентов идеи о **математическом тексте**: решение задачи – это не только формулы; оно должно иметь четкую логическую структуру, содержать необходимые пояснения, комментарии, ссылки на теоретические факты.

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Предполагается выдача студентам (в текстовой или электронной форме) литературы, в частности, задачника, составленного автором курса, а также демонстрационных вариантов контрольных заданий семестра, с указаниями и образцами их выполнения. Учебная литература может быть получена в библиотеке, в кабинете математики факультета, а также на сайте преподавателя и в системе электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет».

### 7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Предусмотрены:

- ПР-4 - рефераты по темам с наибольшим количеством часов для самостоятельной работы.
- зачет (программа зачетов см. ФОС).

#### **Критерии оценки.**

Большинство учебных задач прил. имеют внутреннюю логическую структуру и при выработке *оценки* их выполнения они могут быть разбиты на несколько относительно самостоятельных *блоков*, выполнение каждого из которых может быть оценено (например, в *процентной* форме), кроме того, каждый из блоков задачи может быть снабжен *весом*. Вес задачи считается равным сумме весов всех ее блоков.

*Абсолютная оценка по отдельной задаче* вычисляется как сумма процентных оценок по каждому из блоков, домноженных на вес соответствующего блока. *Относительная оценка* является процентной, она вычисляется делением абсолютной оценки на суммарный вес задачи.

Разбиение задачи на блоки и определение их весов не подлежит однозначной фиксации. Это является правом и заботой *эксперта* (ведущего лектора, группового преподавателя). Некоторая



предварительная информация об установленных преподавателем весах задач может быть доведена до студентов.

Может быть вычислена *итоговая оценка* за определенный период обучения. В *абсолютной* форме она складывается из абсолютных оценок за каждую из решавшихся задач.

**Итоговая оценка в относительной форме** является процентной; она вычисляется делением итоговой абсолютной оценки на сумму весов всех задач. Кроме того, на итоговую оценку может повлиять написание реферата по теме, пропущенной студентом, или содержащей более объемный материал (в этом случае изложение теории сопровождается решением типовых по данной теме задач).

На основе итоговой относительной оценки могут быть заданы **уровни** усвоения материала; например, два уровня: **зачетный** (более 50%) и **незачетный**; в случае необходимости количество уровней может быть увеличено.

В случае успешной успеваемости студента в течение семестра зачет может быть поставлен по итогам промежуточных контролей. В противном случае, зачет представляет собой контрольную работу с устным обоснованием решения задач.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. - Москва : Просвещение, 1966. - 383 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831>
2. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов ; под ред. А.Э. Рывкина. - Изд. 6-е, испр. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. - 181 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449924>

Дополнительная литература:

1. Михалева, М.М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / М.М. Михалева, Б.М. Веретенников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - Ч. 1. - 51 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1193-4 | 978-5-7996-1166-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276012>
2. Марков, А.А. Избранные труды. Теория чисел. Теория вероятностей / А.А. Марков ; под ред. Ю.В. Линника. - б.м. : Изд-во Акад. наук СССР, 1951. - 678 с. - ISBN 978-5-4458-5221-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222304>
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.- 495 с. 108 экземпляров.
4. Фаддеев Д. К. Сборник задач по высшей алгебре. - 11 –е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1977. – 288 с. 120 экземпляров.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);  
<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>



Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

4. <http://window.edu.ru/window/> (единое окно доступа к образовательным ресурсам)
5. <http://10.1.1.39/> (доступ из локальной сети университета к электронной библиотеке математического факультета)
6. <http://www.mathnet.ru/> (Общероссийский математический портал)
7. <http://eqworld.ipmnet.ru/> (Мир математических уравнений)

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Изучение дисциплины обеспечивается материально-технической базой университета и математического факультета, в которую входят, в частности, учебные аудитории, помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС; а также аудиторно-лабораторным фондом; библиотечными фондами, компьютерной техникой и программным средствами; факультетской электронной библиотекой).


Кроме того, *электронные пособия (презентации, электронные словари и т.п.), печатные пособия методические указания, задачки, таблицы, схемы.)*



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины:** доцент кафедры алгебры и математической логики, кандидат физико-математических наук Логинова Е.Д.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры (наименование)  
« 13 » июня 2019 г., протокол № 8

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № 1 от « 08 » сентября 2020 г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП   
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)