




Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:  
Руководитель ОП  
 П.Г. Кононенко  
(подпись)  
« 19 » июня 20 19 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Теория вероятностей и математическая статистика

|  |                     |
|--|---------------------|
| Уровень высшего образования:                           | бакалавриат         |
| Квалификация выпускника:                               | бакалавр            |
| Направление подготовки:                                | 01.03.01 Математика |
| Направленность (профиль)<br>образовательной программы: | Математика          |



## 1. Цели освоения дисциплины

В системе подготовки специалистов-математиков и математиков-прикладников курс теории вероятностей и математическая статистика является одним из основных.

Программа предусматривает изложение основных понятий, теорем и принципов теории вероятностей и математической статистики в объеме традиционного вводного университетского курса на основе аксиоматики А.Н. Колмогорова, что соответствует требованиям к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по специальности. Излагаются основные понятия и теоремы теории вероятностей и математической статистики, случайные величины, числовые характеристики случайных величин, предельные теоремы, а также их приложение к изучению статистических моделей.

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Базовая часть (индекс Б1.О.18).

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

**Уметь:** Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

**Иметь навыки владения:** основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

**3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина** (согласно матрице соответствия компетенций и составляющих ОП)

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) общекультурные (ОК): ;

б) общепрофессиональные (ОПК):



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

*ОПК-1.* Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

в) профессиональные (ПК): .

г) дополнительные (ПКВ):

**3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (*ОПК-1*).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач (*ОПК-1*).

Владеть: методами, изложенными в курсе (*ОПК-1*).

**4. Объем и содержание дисциплины**

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 академических часов).

**4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа**

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

| №<br>п/<br>п | Разделы (темы)<br>дисциплины  | Семестр | Виды занятий, их<br>объем (в ак. часах,<br>по очной форме<br>обучения) |                                      | Формы текущего<br>контроля успеваемости<br>(по очной форме<br>обучения)<br><br>Формы промежуточной<br>аттестации |
|--------------|---|---------|--|--------------------------------------|--|
|              |   |         | Занятия<br>лекцион<br>-ного<br>типа                                    | Занятия<br>семинар<br>-ского<br>типа |  |
| 1            | <b>Тема 1.</b> Случайные события и операции над ними. Статистическое понятие вероятности. Свойства вероятности. | 5       | 2  | 1                                    | Ответ на практическом занятии  |
| 2            | <b>Тема 2.</b> Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов.                            | 5       | 2  | 3                                    | Ответ на практическом занятии  |



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

|    |   |   |   |   |                               |
|----|---|---|---|---|-------------------------------|
|    | Элементы комбинаторики.   |   |   |   |                               |
| 3  | <b>Тема 3.</b> Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей.                | 5 | 2 | 1 | Ответ на практическом занятии |
| 4  | <b>Тема 4.</b> Условная вероятность. Независимость событий.   | 5 | 2 | 2 | Ответ на практическом занятии |
| 5  | <b>Тема 5.</b> Последовательности испытаний. Предельные теоремы.                                      | 5 | 3 | 2 | Ответ на практическом занятии |
| 6  | <b>Тема 6.</b> Случайные величины и операции над ними. Типы случайных величин. Примеры.               | 5 | 3 | 3 | Контрольная работа            |
| 7  | <b>Тема 7.</b> Случайные векторы. Независимые случайные величины.                                     | 5 | 2 | 2 | Ответ на практическом занятии |
| 8  | <b>Тема 8.</b> Числовые характеристики случайных величин.   | 5 | 3 | 3 | Ответ на практическом занятии |
| 9  | <b>Тема 9.</b> Ковариация и ее свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин.               | 5 | 2 | 2 | Ответ на практическом занятии |
| 10 | <b>Тема 10.</b> Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.          | 5 | 2 | 1 | Ответ на практическом занятии |
| 11 | <b>Тема 11.</b> Характеристическая функция и ее свойства. Центральная предельная теорема.             | 5 | 3 | 2 | Ответ на практическом занятии |
| 12 | <b>Тема 12.</b> Выборка. Выборочное пространство. Порядковые статистики. Типы статистических моделей. | 5 | 2 | 2 | Контрольная работа            |



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

|                      |   |    |    |    |                               |
|----------------------|---|----|----|----|-------------------------------|
|                      | Выборочные числовые характеристики.                     |    |    |    |                               |
| 13                   | <b>Тема 13.</b> Теория оценок. Неравенство Рао-Крамера. | 5  | 2  | 2  | Ответ на практическом занятии |
| 14                   | <b>Тема 14.</b> Методы нахождения оценок.               | 5  | 2  | 2  | Ответ на практическом занятии |
| 15                   | <b>Тема 15.</b> Доверительные интервалы для параметров. | 5  | 2  | 2  | Ответ на практическом занятии |
| 16                   | <b>Тема 16.</b> Статистическая проверка гипотез.        | 5  | 2  | 2  | Ответ на практическом занятии |
| Итого по дисциплине: |   | 36 | 32 | 32 | Экзамен                       |

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

##### **Тема 1. Случайные события и операции над ними. Статистическое понятие вероятности. Свойства вероятности.**

1. Понятие случайного события. Операции над случайными событиями. Элементарные случайные события (исходы). Пространство элементарных событий. Событие, как подмножество пространства элементарных событий. Поле и борелевское поле событий.

2. Частота. Устойчивость частот. Статистическое понятие вероятности. Закон сложения. Условная вероятность. Закон умножения. Свойства вероятности.

##### **Тема 2. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Элементы комбинаторики.**

3. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Классическая вероятностная модель. Равновозможные события. Классическое определение вероятности.

4. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания. Выборка без возвращения.

5. Выборка с возвращением. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями.

6. Гипергеометрическое распределение. Примеры.

##### **Тема 3. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей.**



7. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей. Вероятностное пространство как математическая модель случайного эксперимента. Свойства вероятности.

8. Геометрические вероятности. Теорема Каратеодори о продолжении меры.

**Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий.**

9. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

10. Независимость событий. Пример С.Н. Бернштейна.

**Тема 5. Последовательности испытаний. Предельные теоремы.**

11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.

12. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Закон больших чисел Бернулли. Применения интегральной предельной теоремы Муавра-Лапласа.

13. Предельная теорема Пуассона.

**Тема 6. Случайные величины и операции над ними. Типы случайных величин. Примеры.**

14. Случайные величины и операции над ними. Функция распределения случайной величины. Типы случайных величин. Биномиальное, Пуассона, равномерное и нормальное распределения.

**Тема 7. Случайные векторы. Независимые случайные величины.**

15. Случайные векторы. Многомерные функции распределения. Независимые случайные величины. Функция распределения суммы независимых случайных величин.

**Тема 8. Числовые характеристики случайных величин.**

16. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. Примеры.

17. Интегрируемые случайные величины. Математическое ожидание интегрируемой случайной величины и его свойства. Математическое ожидание функции от случайной величины. Примеры.

18. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Теорема о монотонной сходимости.

**Тема 9. Ковариация и ее свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин.**

19. Математическое ожидание от произведения независимых случайных величин.



20. Моменты. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Примеры.

21. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции.

**Тема 10. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.**

22. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Усиленный закон больших чисел.

**Тема 11. Характеристическая функция и ее свойства. Центральная предельная теорема.**

23. Характеристическая функция. Определение и примеры.

24. Свойства характеристической функции. Характеристическая функция суммы независимых случайных величин. Формула обращения (без доказательства). Теорема единственности.

25. Слабая сходимость распределений. Теорема непрерывности. Связь между слабой и равномерной сходимостью. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова.

**Тема 12. Выборка. Выборочное пространство. Порядковые статистики. Типы статистических моделей. Выборочные числовые характеристики.**

26. Задачи математической статистики. Выборка. Выборочное пространство. Вариационный ряд. Порядковые статистики. Полигон частот. Гистограмма.

27. Эмпирическая функция распределения. Выборочные числовые характеристики. Выборочные моменты. Квантили.

**Тема 13. Теория оценок. Неравенство Рао-Крамера.**

28. Теория оценок. Оценка неизвестного параметра. Типы оценок.

29. Неравенство Рао-Крамера. Функция информации Фишера.

**Тема 14. Методы нахождения оценок.**

30. Метод максимального правдоподобия. Функция правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия.

31. Метод моментов.

**Тема 15. Доверительные интервалы для параметров.**



32. Доверительные интервалы для параметров. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Распределение Стьюдента.

#### **Тема 16. Статистическая проверка гипотез.**

33. Статистическая проверка гипотез. Критическое множество. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Теорема Неймана-Пирсона.

34. Критерий “Хи-квадрат” Пирсона.

### **5. Образовательные технологии**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в решении задач.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к РП.

### **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы. Экзамен.

Форма проведения экзамена: устная.

Критерий оценки: «отлично».

Оценка «отлично» выставляется студенту, если продемонстрировано знание понятий и теорем курса и умение творчески применять их к решению задач.

Критерий оценки: «хорошо».

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если продемонстрировано знание основных понятий и теорем курса и умение применять их к решению простых задач.

Критерий оценки: «удовлетворительно».

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрировано незнание некоторых основных понятий и теорем курса.

Критерий оценки: «неудовлетворительно».





Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

Оценка «*неудовлетворительно*» выставляется студенту, если продемонстрировано незнание понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.

Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Основная литература:

1. Гусева Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие - М.: Флинта, 2011. <http://www.biblioclub.ru/book/83543/>
2. Кельберт М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 1. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики - М.: МЦНМО, 2010. <http://www.biblioclub.ru/book/69109/>
3. Кельберт М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов - М.: МЦНМО, 2010. <http://www.biblioclub.ru/book/63156/>
4. Маталыцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика / М.А. Маталыцкий, Г.А. Хацкевич. – Минск : Вышэйшая школа, 2017. – 592 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477424> (дата обращения: 19.11.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-985-06-2855-8. – Текст : электронный.
5. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. – Москва : Юнити, 2015. – 352 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> (дата обращения: 19.11.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 5-238-00560-1. – Текст : электронный.
6. Кибзун, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами / А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов ; ред. А.И. Кибзун. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2007. – 232 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69320> (дата обращения: 19.11.2019). – ISBN 978-5-9221-0836-2. – Текст : электронный.
7. Шведов, А.С. Теория вероятностей и математическая статистика: промежуточный уровень / А.С. Шведов. – Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2017. – 281 с. – (Учебники Высшей школы экономики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=486562> (дата обращения: 19.11.2019). – Библиогр.: с. 275-276. – ISBN 978-5-7598-1301-9 (в пер.). – Текст : электронный.

### Дополнительная литература:

1. Рябушко, А.П. Индивидуальные задания по высшей математике в 4 частях Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика : учебное пособие / А.П. Рябушко. - 4-е изд. - Минск : Вышэйшая школа, 2013. - Ч. 4. Операционное исчисление.. - 336 с. - ISBN 978-985-06-2231-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=235664>
2. Лисьев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика / В.П. Лисьев. – Москва : Евразийский открытый институт, 2010. – 200 с. – Режим доступа: по подписке. –



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

---

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90420> (дата обращения: 19.11.2019). – ISBN 5-374-00005-5. – Текст : электронный.

3. Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика - М.: Дрофа , 2008.  
<http://www.biblioclub.ru/book/53449/>

Интернет-ресурсы:

В локальной сети ИвГУ, по адресу <http://10.1.1.39/>  
доступны электронные варианты учебников и учебных пособий.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);

<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, выполнения курсовых работ (проектов) с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: профессор, д.ф.-м.н. Белов А.С.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

«10» июня 2019 г., протокол № 5

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № 1 от «08» сентября 2020 г.

Согласовано:

Руководитель ОП Дятлов (подпись) Дятлов М.В.

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ (подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ (подпись)