



Основная профессиональная образовательная программа
02.04.01 Математика и компьютерные науки
(Математические методы в компьютерных науках)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

(подпись)

Д.Н. Азаров

« 01 » сентября 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Основы теории групп

Уровень высшего образования:	магистратура
Квалификация выпускника:	магистр
Направление подготовки:	02.04.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математические методы в компьютерных науках

Иваново



Основная профессиональная образовательная программа
02.04.01 Математика и компьютерные науки
(Математические методы в компьютерных науках)

1. Цели освоения дисциплины «Основы теории групп»:

- получение студентами базовых знаний по классической теории групп;
- формирование у студентов общей математической культуры, в том числе способности к осмысленному восприятию и воспроизведению абстрактных определений, теорем и их доказательств, а также способности к самостоятельным абстрактным математическим рассуждениям;
- формирование у студентов навыков научно-исследовательской работы (способности самостоятельно доказывать простые утверждения, выдвигать гипотезы, подтверждать или опровергать их, развивать математическую интуицию).

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Основы теории групп» относится к обязательной части ОП.

Дисциплина «Основы теории групп» начинает «алгебраический цикл» образовательной программы магистратуры и способствует научной работе студентов в рамках выполнения НИР и написания квалификационных работ по алгебраической тематике. На этой дисциплине основаны многие дисциплины алгебраического цикла для аспирантов, работающих по научной специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Дисциплина в некоторой степени опирается на бакалаврскую дисциплину «Алгебра» и на другие бакалаврские дисциплины алгебраического цикла по направлениям «Математика» и «Математика и компьютерные науки».

Для успешного изучения дисциплины «Основы теории групп» необходимы «входные» знания и умения в области математики, полученные в процессе обучения по программе бакалавриата, в том числе обучающийся должен

знать линейную алгебру, теорию групп и элементы теории колец в объеме, предусмотренном рабочими программами бакалаврских курсов «Алгебра» и «Дополнительные главы алгебры»,

уметь работать с абстрактными алгебраическими системами,

иметь навыки математических рассуждений, достаточный уровень математической культуры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

Учебным планом при освоении данной дисциплины предусмотрено формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- профессиональные (ПК):

ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики.

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия и классические результаты (теоремы) с доказательствами по общим разделам теории групп (ОПК-1.1).

Уметь: осмысленно воспринимать и воспроизводить абстрактные определения, теоремы и доказательства, логически мыслить, самостоятельно рассуждать и доказывать простые



Основная профессиональная образовательная программа
02.04.01 Математика и компьютерные науки
(Математические методы в компьютерных науках)

утверждения в области теории групп, устанавливать логические связи между понятиями, корректно формулировать и осмысленно решать учебные задачи теоретического характера, а также задачи, связанные с конкретными примерами групп (ОПК-1.2).

Владеть: достаточным уровнем математической культуры, навыками самостоятельной исследовательской работы в области теории групп на основе глубоких знаний и постоянных размышлений над теоретико-групповой задачей (или проблемой), определенным уровнем математической интуиции, достаточным уровнем информационной и библиографической культуры в процессе поиска необходимой информации (ОПК-1.3).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	
1	Группы и подгруппы	2	2	2	Экзамен
2	Группы преобразований	1	2	2	
3	Гомоморфизмы групп	1	2	2	
4	Циклические группы, порядок элемента группы	1	2	0	
5	Системы порождающих в группах	1	2	2	
6	Смежные классы группы по подгруппе	1	2	2	
7	Фактор-группы и гомоморфизмы групп	1	2	2	
Итого по дисциплине			14	12	

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Группы и подгруппы. Полугруппы. Моноиды. Обратимые элементы моноида. Равносильные определения группы. Примеры групп. Абелевы группы. Порядок конечной группы. Группа вычетов. Подгруппы. Описание подгрупп группы Z .

2. Группы преобразований. Отображения множеств. Группа биективных преобразований множества и группа подстановок. Группы биективных преобразований в геометрии. Группы симметрий правильных многоугольников и многогранников.



3. Гомоморфизмы групп. Гомоморфизмы групп, их свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Первая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфные группы. Абстрактные свойства групп. Теорема Кэли о вложении произвольной группы в группу преобразований. Линейные группы. Вложение произвольной конечной группы в общую линейную группу.

4. Циклические группы, порядок элемента группы. Порядок элемента группы, его свойства. Выражение порядка степени элемента через порядок этого элемента. Циклическая подгруппа и совпадение её порядка с порядком порождающего элемента. Циклические группы и их описание с точностью до изоморфизма. Теорема о подгруппах циклической группы. Квазициклическая группа и описание её подгрупп.

5. Системы порождающих в группах, группы конечного ранга, коммутант и центр группы. Подгруппы, порождённые множеством элементов – равносильные определения. Системы образующих в группах. Примеры порождающих множеств в группе подстановок и в группе чётных подстановок. Конечно порождённые группы. Локальная цикличность группы Q . Группы конечного общего ранга. Группы конечного специального ранга. Ранг абелевой группы. Описание абелевых групп без кручения ранга 1. Коммутант и центр группы, их вычисление в симметрической и знакопеременной группе, а также в матричных группах.

6. Смежные классы группы по подгруппе. Отношение сравнимости по модулю подгруппы. Левые и правые смежные классы группы G по подгруппе H как классы сравнимости и как множества вида xH и Hx . Равномощность множества всех левых и множества всех правых смежных классов группы по подгруппе. Индекс подгруппы. Теорема Лагранжа о конечных группах. Теорема Эйлера и другие следствия из теоремы Лагранжа. Свойство транзитивности для подгрупп конечного индекса. Теорема Пуанкаре о подгруппах конечного индекса как обобщение теоремы Лагранжа.

7. Фактор-группы и гомоморфизмы групп. Равносильные определения нормальной подгруппы. Нормальность подгруппы индекса 2. Фактор-группа и естественный гомоморфизм. Нормальные подгруппы как ядра групповых гомоморфизмов. Вторая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфное представление квазициклической группы как фактор-группы группы p -ичных дробей по подгруппе целых чисел. Другие примеры, иллюстрирующие вторую теорему о гомоморфизмах групп. Теорема о соответствии подгрупп при эпиморфизме и как следствие теорема о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме. Применение теоремы о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме к описанию подгрупп группы целочисленных вычетов. Теоремы об изоморфизмах групп.

5. Образовательные технологии

Технология проблемного обучения – демонстрация на лекциях и практических занятиях проблемных ситуаций. Проблемы учебного характера как правило формулируются в виде задач и решаются студентами самостоятельно и на практических занятиях под руководством и при поддержке преподавателя. Решение каждой задачи – это не только формулы; оно должно иметь четкую логическую структуру, содержать необходимые доказательства, пояснения, комментарии, ссылки на теоретические факты.

Информационные технологии: технологии смешанного обучения, использование компьютерных презентаций, обеспечение студентов текстами лекций в электронной форме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: еженедельная работа с рукописными и электронными конспектами лекций (материалы выдаются студентам по мере необходимости), изучение литературы указанной в разделе 8 рабочей программы, выполнение домашних заданий (задания выдаются на каждом практическом занятии, и, при необходимости, в



Основная профессиональная образовательная программа
02.04.01 Математика и компьютерные науки
(Математические методы в компьютерных науках)

системе электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» (<https://uni.ivanovo.ac.ru>), подготовка к решению задач, предлагаемых на экзамене (разработаны комплекты типовых задач), подготовка к экзаменам (вопросы и другие материалы для сдачи экзаменов доступны каждому студенту как в бумажном виде (в ауд. 326 первого уч. корпуса) так и в системе «Мой университет»). Методические пособия по данному курсу находятся в библиотечных фондах ИвГУ, их выходные данные представлены в **приложениях** к рабочей программе. Там же представлены и другие методические материалы по данной дисциплине.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Итоговой формой контроля является устный экзамен. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. Кроме того, студенту выдается задача. Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно следующим образом.

Критерии и шкала оценки ответа на экзаменационный вопрос.

Если студент демонстрирует знание основных понятий и классических результатов алгебры, входящих в программу экзамена, то оценка должна быть положительной.

Если наряду с перечисленным выше студент осмысленно воспроизводит доказательства математических теорем, четко и аккуратно формулирует математические высказывания, демонстрирует глубокие знания и достаточный уровень математической культуры, то ему выставляется либо оценка «хорошо» либо оценка «отлично».

Если наряду с перечисленным выше студент умеет самостоятельно доказывать математические теоремы на основе глубоких знаний и математической интуиции, способен к научной дискуссии и к самостоятельной исследовательской деятельности в области математики, то ему выставляется оценка «отлично».

Критерии и шкала оценки решения задачи:

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент знает подходы и методы решения предложенной ему задачи, но в процессе решения допустил существенную вычислительную или логическую ошибку.

Оценка «хорошо» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа), но решение сделано по «формальной схеме» и не подкрепляется глубокими знаниями.

Оценка «отлично» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа) и при этом решение задачи подкрепляется глубокими знаниями и высоким уровнем математической культуры.

Критерии и шкала итоговой оценки на экзамене.

В качестве итоговой оценки берется результат округления среднего значения следующих трех показателей: оценка ответа на первый экзаменационный вопрос, оценка ответа на второй экзаменационный вопрос, оценка решения задачи.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>



Основная профессиональная образовательная программа
02.04.01 Математика и компьютерные науки
(Математические методы в компьютерных науках)

3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование: доска, проектор для презентаций.



Основная профессиональная образовательная программа
02.04.01 Математика и компьютерные науки
(Математические методы в компьютерных науках)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: профессор кафедры алгебры и математической логики ИвГУ, доктор физико-математических наук Азаров Дмитрий Николаевич

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики
«1» сентября 2022 г., протокол № 1

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров
(подпись)