



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

Д.Н. Азаров Д.Н. Азаров  
(подпись)

« 19 » июни 20 19 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Дополнительные главы математического анализа и геометрии**

Уровень высшего образования:	магистратура
Квалификация выпускника:	магистр
Направление подготовки:	02.04.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математические методы в компьютерных науках



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

---

## 1. Цели освоения дисциплины

Основные цели освоения дисциплины «Дополнительные главы математического анализа и геометрии» является знакомство с некоторыми направлениями математики, не вошедшими в основной базовый курс бакалавриата и магистратуры.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа и геометрии» относится к вариативной части программы в блоке дисциплин, формируемых участниками образовательных отношений.

Для освоения данной дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия и содержательные теоремы математического анализа, линейной алгебры и геометрии, топологии.

Уметь: применять свои знания по указанным разделам математики для решения задач, стоящих на пресечении этих разделов.

Иметь навыки поиска доказательства; построения конструкций, основанных на базовых понятиях алгебры, математического анализа и геометрии.

Ниже приводится список учебных дисциплин (модулей), изучение которых опирается на материал дисциплины «Дополнительные главы математического анализа и геометрии»:

- Специальные разделы математического анализа и геометрии
- Избранные вопросы математического анализа и геометрии

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

### 3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- а) универсальные (УК):
- б) общепрофессиональные (ОПК):

ПК-1: Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания в области фундаментальной и прикладной математики, компьютерных наук

- в) профессиональные (ПК):

### 3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** основные понятия дискретной геометрии: аффинные и векторные пространства, векторные и аффинные базисы, равномерно-дискретные системы, точечные решетки, нормальные разбиения пространства, конечные метрические пространства, разрезные метрики, вложения метрических пространств.

**Уметь:** Воспроизводить доказательства основных классических результатов геометрии, строить новые доказательства. Корректно ставить математические задачи и решать их.

**Иметь навыки:** владения высоким уровнем математической и информационной культуры, самостоятельной исследовательской работы; работы с алгебраическими и геометрическими объектами различной природы.

## 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

**4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа**

№ п/ п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)		Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам):
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинарского типа	
1	Конечное пространство расстояний. Полуметрики. Разрезной конус и многогранник.	1	4	2	
2	Полуметрики, индуцированные мерой.	1	2.	2	Домашняя контрольная работа № 1.
3	Вложимость дистанционных пространств. $L_q$ и $l_q$ - вложимость.	1	2	2	
4	Аффинный и векторный базис. Точечная решетка. Многогранник Делоне и нормальное разбиение пространства.	1	2	2	Домашняя контрольная работа № 2.
5	Система гиперметрических неравенств. Гиперметрический конус.	1	2	2	
6	Теоремы об отношениях между основными типами дистанционных пространств.	1	2	2	Домашняя контрольная работа № 3.
7	Теоремы вложимости $(X_{n+1}, \sqrt{d})$ , $d \in \text{NEG}_{n+1}$ ( $d \in \text{HYP}_{n+1}$ ) в $\mathbf{R}^k$ и его свойствах.	1	2	2	
8	Гиперметрические пространства и многогранники Делоне.	1	2	2	Домашняя контрольная работа № 4.
Итого за семестр:			18	16	Экзамен.
Итого по дисциплине			18	16	

**4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)**

1. Конечное пространство расстояний  $(X_{n+1}, d)$ .
2. Полуметрики и метрический конус  $\text{MET}_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ .



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

3. Разрезные полуметрики, разрезной конус  $CUT_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$  и разрезной многогранник  $CUT_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ .
4. Теорема о включении  $CUT_{n+1} \subset MET_{n+1}$ .
5. Пространство с мерой и полуметрика, индуцированная мерой.
6. Теорема о вложимости  $d \in CUT_{n+1}$  в пространство с полуметрикой, индуцированной мерой (прямая и обратная).
7. Теорема об  $l_1$ -вложимости для  $d \in CUT_{n+1}$  (прямая и обратная).
8. Теорема о  $L_1$ -вложимости пространства с полуметрикой, индуцированной мерой. Итоговая теорема об эквивалентности 3-х утверждений.
9. Пример применения предыдущей теоремы: Теорема о  $l_1$ -вложимости метрического пространства на 2-мерной сфере.
10. Аффинный базис в  $n$ -мерном евклидовом пространстве. Аффинные координаты точки и вектора. Связь с векторными координатами.
11. Метрические коэффициенты для аффинного базиса в  $n$ -мерном евклидовом пространстве, связь с коэффициентами матрицы Грама для векторного базиса. Скалярное произведение векторов, скалярный квадрат вектора, расстояние между точками.
12. Точечная решетка в  $n$ -мерном евклидовом пространстве. Эквивалентность трех определений: на основе векторного базиса пространства, аффинного базиса, и равномерно-дискретной аддитивной системы точек.
13. Система векторно-гиперметрических неравенств для основного (аффинного) базиса точечной решетки.
14. Лемма о существовании и единственности сферы, описанной вокруг точек аффинного базиса.
15. Степень точки относительно сферы. Выражение в векторных и аффинных координатах.
16. Многогранник Делоне для равномерно-дискретной системы. Разбиение Делоне. Лемма Делоне о расширяющемся шаре.
17. Система гиперметрических неравенств для многогранника Делоне и аффинного базиса решетки, выбранного среди его вершин.
18. Конечные пространства  $(X_{n+1}, d)$  отрицательного типа и конус  $NEG_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ . Векторно-гиперметрических неравенства с целочисленными, рациональными и действительными коэффициентами.
19. Конечные гиперметрические пространства  $(X_{n+1}, d)$  и конус  $HYP_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ . Система гиперметрических неравенств.
20. Леммы о включениях  $CUT_{n+1} \subset HYP_{n+1}$ ,  $CUT_{n+1} \subset NEG_{n+1}$ .
21. Лемма о включении  $HYP_{n+1} \subset NEG_{n+1}$ .
22. Ковариантное отображение  $a_{ij} \rightarrow d_{ij}$  и конус  $PSD_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ . Вторая форма записи системы гиперметрических и векторно-гиперметрических неравенств.



23. Теорема о вложимости  $(X_{n+1}, \sqrt{d})$ ,  $d \in \text{NEG}_{n+1}$  в  $\mathbf{R}^k$  с метрикой  $l_2$ .
24. Лемма о существовании сферы в  $\mathbf{R}_k$ , описанной вокруг точек, удовлетворяющих системе гиперметрических неравенств.
25. Лемма о дискретности  $\mathbf{Z}$ -модуля, порожденного векторами, удовлетворяющих системе гиперметрических неравенств.
26. Теорема о взаимно однозначном соответствии между конечными гиперметрическими пространствами и многогранниками Делоне.
27. Комбинаторная структура гиперметрического конуса и аффинные типы многогранников Делоне.

### **5. Образовательные технологии**

Обучение дисциплине организовано по типу лекционных и практических занятий, выполнения домашних заданий. При изучении теоретического материала делается упор на эвристический метод, согласно которому многие утверждения, составляющие содержание теорем, появляются как результат решения студентами предложенных им задач. В связи с этим отсутствует жесткое разграничение между лекционными и практическими занятиями. Некоторые задачи и проблемы отнесены для самостоятельного домашнего решения.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы студентов используются: лекции, методические пособия, изданные Ивановским государственным университетом, публикации в научных отечественных и зарубежных периодических изданиях.

### **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Основное оценочное средство текущего контроля успеваемости есть решение задач как в аудитории так и в качестве домашнего задания с последующей проверкой. Студентам предлагаются к решению варианты домашних контрольных работ.

Кроме того, используются доклады по результатам домашней самостоятельной работы как реферативного плана так и по содержанию решенной проблемы. По итогам семестра проводится устный экзамен. Оценка на экзамене складывается из: а) результата непосредственного ответа на вопросы экзаменационного билета; б) отметок, полученных в течении семестра.

### **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### **Основная литература:**

1. Деза, М. Изометрические полиэдральные подграфы в гиперкубах и кубических решетках / М. Деза, В.П. Гришухин, М.И. Штогрин ; пер. Н.А. Шихова. – Москва : МЦНМО, 2008. – 192 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63269> (дата обращения: 19.10.2019). – ISBN 978-5-94057-363-0. – Текст : электронный.

2. Фёдоров, Е.С. Правильное деление плоскости и пространства / Е.С. Фёдоров ; А.В. Нардова, Академия наук союза ССР ; сост. И.И. Шафрановский ; отв. ред. Б.Н. Делоне и др. – Л. : Наука, 1979. – 273 с. : ил. – (Классики науки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427231> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

3. Браве, О. Избранные научные труды: Кристаллографические этюды / О. Браве ; П.Л. Дубов, Академия наук союза ССР ; сост. И.И. Шафрановский ; отв. ред. Б.Н. Делоне. – Л. : Наука, 1974. – 421 с. : ил. – (Классики науки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427120> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

**Дополнительная литература:**

4.а. Делоне, Б.Н. Sur la partition régulière de l'espace à 4 dimensions / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1929. – Ч. 1. – 32 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473769> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

4.б. Делоне, Б.Н. Sur la partition régulière de l'espace à 4 dimensions / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1929. – Ч. 2. – 26 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473770> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

5.а. Делоне, Б.Н. Sur la généralisation de la théorie des paralléloèdres / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1933. – 6 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471615> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

5.б. Делоне, Б.Н. Sur la sphère vide / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1934. – 8 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471435> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

**Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

**9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации.



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

**Автор рабочей программы дисциплины:** доцент кафедры математического анализа и геометрии, к.ф.-м.н. Кононенко П.Г.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

« 10 » июня 2019 г., протокол № 5

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)