



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

Азаров Азаров Д.Н.  
(подпись)

« 19 » июня 20 19 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Избранные вопросы математического анализа и геометрии**

Уровень высшего образования:	магистратура
Квалификация выпускника:	Магистр
Направление подготовки:	02.04.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математические методы в компьютерных науках

Иваново



## 1. Цели освоения дисциплины

Вероятностные методы в математике занимают существенное место иногда являются единственными методами, дающими подход к решению задачи. Поэтому их изучение и освоение важно для математика.

Программа предусматривает изложение основных понятий и принципов вероятностного подхода в объеме вводного курса. Предварительно излагаются или напоминаются основные понятия из теории функций, теории нормированных и гильбертовых пространств, пространств суммируемых функций и теории вероятностей, которые важны для изложения программы. Затем естественным образом осуществляется переход к изучению системы Радемахера и излагаются примеры применения вероятностных методов в теории функций.

Для понимания и успешного усвоения программы достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, топологии, функционального анализа, теории вероятностей и линейной алгебры.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Вариативная часть (индекс Б1.В.ДВ.03.02).

Для понимания и успешного усвоения программы достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, топологии, функционального анализа, теории вероятностей и линейной алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

Уметь: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

Иметь практический опыт в области теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

**3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина** (согласно матрице соответствия компетенций и составляющих ОП)

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) профессиональные (ПК):

*ПК-1* Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания в области фундаментальной и прикладной математики, компьютерных наук (*ПК-1*).

**3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (ПК-1).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач (ПК-1).

Иметь практический опыт в использовании методов, изложенных в курсе (ПК-1).

#### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

##### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/ п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)  Формы промежуточной аттестации
			Заняти я лекцио н-ного типа	Заняти я семина рского типа	
1	Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
2	Ортогональные ряды в пространстве квадратично суммируемых функций. Система Радемахера.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
3	Тригонометрическая система. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
4	Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
5	Независимость функций Радемахера. Закон нуля и единицы.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
6	Сходимость почти всюду рядов Радемахера	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений.



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

					Ответ на практическом занятии.
7	Неравенство Хинчина. Сходимость в среднем рядов Радемахера.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
8	Расходимость и несуммируемость почти всюду рядов Радемахера.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
9	Теорема Фубини. Теорема Пэли-Зигмунда о сходимости случайных тригонометрических рядов.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
10	Теорема Пэли-Зигмунда о расходимости и несуммируемости случайных тригонометрических рядов.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
11	Об оценке суммы ряда Радемахера на множестве положительной меры.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
12	Об аналитической непродолжаемости случайных степенных рядов.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
13	Оценки случайных тригонометрических полиномов.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
14	Равномерная сходимость случайных тригонометрических рядов.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
15	Неравенство П. Леви для системы функций Радемахера.	3	1ч.	0,5ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
16	Оценка мажоранты частных сумм ряда по системе Радемахера.	3	1ч.	0,5ч.	Контрольная работа.
17	Сходимость по мере. Сходимость по мере случайных функциональных рядов.	3	1ч.	0,5ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
18	Сходимость в среднем случайных функциональных рядов.	3	1ч.	0,5ч. .	Выборочный опрос введенных понятий и определений.



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

				Ответ на практическом занятии.
Итого по дисциплине:	18	16		Экзамен

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

**Раздел 1.** Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.

Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера. Существование полной ортонормированной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.

**Раздел 2.** Ортогональные ряды в пространстве квадратично суммируемых функций. Система Радемахера.

Ортогональные ряды в пространстве  $L^2$ . Определение система Радемахера и ее свойства. Система Уолша. Определение система Уолша. Полнота система Уолша.

**Раздел 3.** Тригонометрическая система. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы.

Определение тригонометрической системы. Интегралы Дирихле и Фейера. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы. Примеры.

**Раздел 4.** Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах.

Подход Штейнгауза к теории вероятностей. Независимость. Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах и ее доказательство.

**Раздел 5.** Независимость функций Радемахера. Закон нуля и единицы.

Последовательность Радемахера как последовательность независимых случайных величин. Последовательность Штейнгауза. Закон нуля и единицы. Закон нуля и единицы для системы Радемахера. Закон нуля и единицы в общем виде.

**Раздел 6.** Сходимость почти всюду рядов Радемахера.

Сходимость почти всюду рядов Радемахера. Условие сходимости почти всюду рядов Радемахера.

**Раздел 7.** Неравенство Хинчина. Сходимость в среднем рядов Радемахера.

Доказательство неравенства Хинчина. Сходимость в среднем. Доказательство теоремы о сходимости в среднем рядов Радемахера.

**Раздел 8.** Расходимость и несуммируемость почти всюду рядов Радемахера.

Условие расходимости почти всюду рядов Радемахера. Об условии несуммируемости почти всюду рядов Радемахера.

**Раздел 9.** Теорема Фубини. Теорема Пэли-Зигмунда о сходимости случайных тригонометрических рядов.

**Раздел 10.** Теорема Пэли-Зигмунда о расходимости и несуммируемости случайных тригонометрических рядов.

**Раздел 11.** Об оценке суммы ряда Радемахера на множестве положительной меры.

**Раздел 12.** Об аналитической непродолжаемости случайных степенных рядов.

**Раздел 13.** Оценки случайных тригонометрических полиномов.

**Раздел 14.** Равномерная сходимость случайных тригонометрических рядов.

**Раздел 15.** Неравенство П. Леви для системы функций Радемахера.

**Раздел 16.** Оценка мажоранты частных сумм ряда по системе Радемахера.

**Раздел 17.** Сходимость по мере. Сходимость по мере случайных функциональных рядов.

**Раздел 18.** Сходимость в среднем случайных функциональных рядов.

#### 5. Образовательные технологии



Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в решении задач.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к РП.

## **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы. Экзамен.

Форма проведения экзамена: устная.

Критерий оценки: «отлично».

Оценка «отлично» выставляется студенту, если продемонстрировано знание понятий и теорем курса и умение творчески применять их к решению задач.

Критерий оценки: «хорошо».

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если продемонстрировано знание основных понятий и теорем курса и умение применять их к решению простых задач.

Критерий оценки: «удовлетворительно».

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрировано незнание некоторых основных понятий и теорем курса.

Критерий оценки: «неудовлетворительно».

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрировано незнание понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.

Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686>



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

---

2. Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225>
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037>
4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд. - Москва: Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8. То же [Электронный ресурс]. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва: Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>

**Дополнительная литература:**

1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т./ Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82814/>
2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82818/>
3. Сборник задач по математическому анализу: Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 1. Предел. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0, 978-5-9221-0305-3. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/83187/>
4. Сборник задач по математическому анализу. Ряды: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2009. - Т. 2. Интегралы. - 503 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82820>
5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, Д.Н. Дубакин, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд. перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2003. - Т. 3. Функции нескольких переменных. - 469 с. - ISBN 5-9221-0308-3. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83191>



Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

---

6. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. – Изд. 13-е, испр. – Москва : ЧеРо, 1997. – 624 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722>

Интернет-ресурсы:

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации:





Основная профессиональная образовательная программа  
02.04.01 Математика и компьютерные науки  
(Математические методы в компьютерных науках)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: Белов А.С., профессор, доцент, д.ф.-м.н.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

« 10 » июня 20 19 г., протокол № 5

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)