



Основная профессиональная образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки
(Математика и компьютерные науки)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра алгебры и математической логики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

Н.Г. Косарев Н.Г. Косарев
(подпись)

« 13 » июня 20 18 г.

Рабочая программа дисциплины
Дополнительные главы алгебры

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	02.03.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика и компьютерные науки
Тип образовательной программы:	программа академического бакалавриата

Иваново



1. Цели освоения дисциплины «Дополнительные главы алгебры»:

-получение студентами базовых знаний по классической теории групп и получение студентами представления о некоторых современных проблемах теории групп;

-формирование у студентов общей математической культуры, в том числе способности к осмысленному восприятию и воспроизведению абстрактных определений, теорем и их доказательств, а также способности к самостоятельным абстрактным математическим рассуждениям;

-формирование у студентов навыков научно-исследовательской работы (способности самостоятельно доказывать простые утверждения, выдвигать гипотезы, подтверждать или опровергать их, развивать математическую интуицию).

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дополнительные главы алгебры» включена в вариативную часть учебного плана (Б1.В.11).

Дисциплина «Дополнительные главы алгебры» создаёт базу для научной работы студентов в рамках написания квалификационных работ. На этой дисциплине основаны все магистерские курсы алгебраического цикла и все дисциплины алгебраического цикла для аспирантов, работающих по научной специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Дисциплина «Дополнительные главы алгебры» опирается на дисциплину «Алгебра».

Для успешного изучения дисциплины «Дополнительные главы алгебры» необходимы следующие «первоначальные» знания и умения в области абстрактных алгебраических систем, и, в частности, в области теории групп, полученные в процессе освоения дисциплины «Алгебра»:

знать теорию групп и колец в объеме, предусмотренном рабочей программой курса «Алгебра»,

уметь приводить примеры групп, иллюстрировать на этих примерах основные понятия теории групп,

владеть навыками рассуждений и доказательств в области абстрактной алгебры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

Учебным планом при освоении данной дисциплины предусмотрено формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- общепрофессиональные (ОПК):

ОПК-1. Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;

ОПК-2. Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

- профессиональные (ПК):

ПК-1. Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.



ПК-2. Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

ПК-3. Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия и классические результаты (теоремы) с доказательствами по следующим разделам теории групп: общие вопросы теории групп (включая разложение группы по подгруппе, фактор-группы, теоремы о гомоморфизмах и изоморфизмах групп, автоморфизмы групп, классы сопряженности, центр и коммутант группы, действие группы на множестве), основы теории конечных групп (включая теоремы Лагранжа и Силова), теорию абелевых групп, теорию разрешимых групп (ОПК-1, ПК-1, ПК-3). По каждому из перечисленных выше разделов теории групп иметь представление о научных задачах (ПК-2).

Уметь: осмысленно воспринимать и воспроизводить абстрактные определения, теоремы и доказательства (ПК-3), логически мыслить, самостоятельно рассуждать и доказывать простые утверждения в области теории групп (ПК-3), устанавливать логические связи между понятиями, корректно формулировать и осмысленно решать учебные задачи теоретического характера, а также задачи, связанные с конкретными примерами групп (ПК-2).

Владеть: достаточным уровнем математической культуры, навыками самостоятельной исследовательской работы в области теории групп на основе глубоких знаний и постоянных размышлений над теоретико-групповой задачей (или проблемой) (ПК-2, ПК-1), определенным уровнем математической интуиции, достаточным уровнем информационной и библиографической культуры в процессе поиска необходимой информации (ОПК-2).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.



Основная профессиональная образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки
Математика и компьютерные науки

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинар- ского типа	Формы промежуточной аттестации
1	Общие вопросы	8	2	2	Зачет
2	Циклические группы и системы порождающих	8	2	2	
3	Смежные классы группы по подгруппе	8	2	2	
4	Фактор-группы и гомоморфизмы групп	8	2	2	
5	Прямые произведения групп	8	2	2	
6	Строение конечно порожденной абелевой группы	8	2	2	
7	Центр и коммутант группы, классы сопряженности	8	2	2	
8	Сопряженные подмножества и подгруппы, действие группы на множестве	8	2	2	
9	Конечные группы	8	2	2	
10	Автоморфизмы и эндоморфизмы групп	8	2	2	
11	Расщепляемые расширения групп	8	2	2	
12	Нормальные и субнормальные ряды, разрешимые и полициклические группы	8	2	2	
Итого за 8-й семестр			24	24	
Итого по дисциплине			24	24	

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

Тема 1. Общие вопросы. Полугруппы. Моноиды. Обратимые элементы моноида. Равносильные определения группы. Квазициклическая группа и проблема Шмидта. Группа биективных преобразований множества и группа подстановок. Группы биективных преобразований в геометрии. Гомоморфизмы групп, их свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Первая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфные группы. Абстрактные свойства групп. Теорема Кэли о вложении произвольной группы в группу преобразований. Линейные группы. Вложение произвольной конечной группы в общую линейную группу.

Тема 2. Циклические группы и системы образующих. Порядок элемента группы, его свойства. Выражение порядка степени элемента через порядок этого элемента. Циклическая подгруппа и совпадение её порядка с порядком порождающего элемента. Циклические группы и их описание с точностью до изоморфизма. Теорема о подгруппах циклической группы. Квазициклическая группа и описание её подгрупп. Подгруппы, порождённые множеством элементов – равносильные определения. Системы образующих в группах. Примеры порождающих множеств в группе подстановок и в группе чётных подстановок. Конечно порождённые группы. Локальная цикличность группы Q . Группы конечного общего ранга.



Группы конечного специального ранга. Ранг абелевой группы. Описание абелевых групп без кручения ранга 1.

Тема 3. Смежные классы группы по подгруппе. Отношение сравнимости по модулю подгруппы. Левые и правые смежные классы группы G по подгруппе H как классы сравнимости и как множества вида xH и Hx . Равномощность множества всех левых и множества всех правых смежных классов группы по подгруппе. Индекс подгруппы. Теорема Лагранжа о конечных группах. Теорема Эйлера и другие следствия из теоремы Лагранжа. Свойство транзитивности для подгрупп конечного индекса. Теорема Пуанкаре о подгруппах конечного индекса как обобщение теоремы Лагранжа.

Тема 4. Фактор-группы и гомоморфизмы групп. Равносильные определения нормальной подгруппы. Нормальность подгруппы индекса 2. Фактор-группа и естественный гомоморфизм. Нормальные подгруппы как ядра групповых гомоморфизмов. Вторая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфное представление квазициклической группы как фактор-группы группы p -ичных дробей по подгруппе целых чисел. Другие примеры, иллюстрирующие вторую теорему о гомоморфизмах групп. Теорема о соответствии подгрупп при эпиморфизме и как следствие теорема о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме. Применение теоремы о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме к описанию подгрупп группы целочисленных вычетов. Теоремы об изоморфизмах групп.

Тема 5. Прямые произведения групп. Внешнее и внутреннее прямое произведение конечного числа групп. Связь между этими понятиями и их обобщение на случай бесконечного числа групп. Теорема Ремака. Неразложимые группы. Разложение периодической абелевой группы в прямое произведение примарных компонент.

Тема 6. Строение конечно порождённой абелевой группы. Теорема о строении конечной абелевой группы и её следствие – теорема о цикличности мультипликативной группы конечного поля. Теорема о строении конечно порождённой абелевой группы. Свободные абелевы группы.

Тема 7. Центр группы и коммутант группы, классы сопряжённости. Коммутант и центр группы, их вычисление в симметрической и знакопеременной группе, а также в матричных группах. Классы сопряжённости. Описание классов сопряжённости в группах подстановок. Центризатор элемента группы и совпадение его индекса в данной группе с мощностью класса сопряжённости, содержащего этот элемент. Совпадение порядка конечной неабелевой группы с суммой порядка её центра и индексов некоторых её собственных подгрупп. Необратимость теоремы Лагранжа о конечных группах. Теорема Силова о существовании в конечной группе подгрупп примарных порядков. Нетривиальность центра конечной p -группы. Описание конечных групп малых порядков.

Тема 8. Сопряженные подмножества и подгруппы, действие группы на множестве. Сопряженные подмножества и подгруппы. Нормализатор подмножества. Совпадение числа всех подмножеств группы G , сопряженных с подмножеством M , и индексом нормализатора подмножества M в группе G . Действие группы на множестве и сопровождающий гомоморфизм. Примеры действий – действие сопряжениями и правыми сдвигами. Орбиты и стабилизаторы. Транзитивные действия. Совпадение мощности орбиты с индексом стабилизатора любого элемента этой орбиты. Теорема М. Холла о конечности числа подгрупп данного конечного индекса в конечно порождённой группе.

Тема 9. Конечные группы. Первая, вторая и третья теоремы Силова, понятие силовой p -подгруппы конечной группы. Примеры конечных простых групп и теорема Галуа.

Тема 10. Автоморфизмы и эндоморфизмы групп. Группа автоморфизмов группы. Группа внутренних автоморфизмов группы G как нормальная подгруппа в группе автоморфизмов группы G . Изоморфизм между группой внутренних автоморфизмов группы G и фактор-группой группы G по её центру. Совершенные группы и теорема Гёльдера. Эндоморфизмы групп. Кольцо эндоморфизмов абелевой группы. Характеристические и вполне характеристические подгруппы.



Простые свойства характеристических подгрупп. Гомоморфизм индуцирования группы автоморфизмов группы G в группу автоморфизмов фактор-группы группы G по её характеристической подгруппе.

Тема 11. Расщепляемые расширения групп. Понятие расширения. Расщепляемое расширение группы и сопровождающий гомоморфизм. Задание расщепляемого расширения с помощью сопровождающего гомоморфизма. Голоморф. Расщепляемость расширения с помощью бесконечной циклической группы. Описание всех конечных групп, порядки которых раскладываются в произведение двух простых чисел.

Тема 12. Нормальные и субнормальные ряды, разрешимые и полициклические группы. Нормальные и субнормальные ряды в группах. Переход от нормального (субнормального) ряда в группе к соответствующему ряду на подгруппе и на фактор-группе. Уплотнения рядов. Теоремы Шрейера и Жордана – Гёльдера об уплотнениях. Разрешимые группы их равносильные определения и простые свойства. Полициклические группы, их свойства. Ранг Гирша полициклической группы. Полициклические группы как разрешимые группы с условием максимальности для подгрупп.

5. Образовательные технологии

Технология проблемного обучения – демонстрация на лекциях и практических занятиях проблемных ситуаций. Рассматриваются некоторые недавно решенные научные проблемы. Проблемы учебного характера как правило формулируются в виде задач и решаются студентами самостоятельно и на практических занятиях под руководством и при поддержке преподавателя. Решение каждой задачи должно иметь четкую логическую структуру, содержать необходимые доказательства, пояснения, комментарии, ссылки на теоретические факты.

Информационные технологии: технологии смешанного обучения, использование компьютерных презентаций, обеспечение студентов текстами лекций в электронной форме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: еженедельная работа с рукописными и электронными конспектами лекций (материалы выдаются студентам по мере необходимости), изучение литературы указанной в разделе 8 рабочей программы, выполнение домашних заданий (задания выдаются на каждом практическом занятии, и, при необходимости, в системе электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» (<https://uni.ivanovo.ac.ru>), подготовка к решению задач, предлагаемых на зачете (разработаны комплекты типовых задач), подготовка к зачету (вопросы и другие материалы для сдачи зачета доступны каждому студенту как в бумажном виде (в ауд. 326 первого уч. корпуса) так и в системе «Мой университет»). Методические пособия по данному курсу находятся в библиотечных фондах ИвГУ, их выходные данные представлены в **приложениях** к рабочей программе. Там же представлены и другие методические материалы по данной дисциплине.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Итоговой формой контроля является устный зачет. Студенту предлагается вопрос (вопросы) теоретического характера и задача теоретического характера, которая состоит в самостоятельном доказательстве несложного теоретико-группового утверждения.

Если студент демонстрирует знание основных понятий и классических результатов теории групп, входящих в программу зачета, умеет воспроизводить доказательства фундаментальных теорем теории групп и решил предложенную ему задачу (самостоятельно доказал несложное теоретико-групповое утверждение), то ему выставляется итоговая оценка «зачтено» по данной дисциплине



8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование: доска, проектор для презентаций.



Основная профессиональная образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки
(Математика и компьютерные науки)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: профессор кафедры алгебры и математической логики ИвГУ, доктор физико-математических наук Азаров Дмитрий Николаевич


Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и математической логики

« 31 » августа 2017 г., протокол № 1

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 6 от « 2 » июня 20 18 г.

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 1 от « 30 » августа 2019 г.

Согласовано:

Руководитель ОП  П.Г. Кононенко
(подпись)