



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

(подпись)

Д.Н. Азаров

« 01 » сентября 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Основы теории групп

Уровень высшего образования:	магистратура
Квалификация выпускника:	магистр
Направление подготовки:	01.04.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Фундаментальная математика

Иваново



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

**1. Цели освоения дисциплины «Основы теории групп»:**

- получение студентами базовых знаний по классической теории групп;
- формирование у студентов общей математической культуры, в том числе способности к осмысленному восприятию и воспроизведению абстрактных определений, теорем и их доказательств, а также способности к самостоятельным абстрактным математическим рассуждениям;
- формирование у студентов навыков научно-исследовательской работы (способности самостоятельно доказывать простые утверждения, выдвигать гипотезы, подтверждать или опровергать их, развивать математическую интуицию).

**2. Место дисциплины в структуре ОП**

Дисциплина «Основы теории групп» относится к обязательной части ОП.

Дисциплина «Основы теории групп» начинает «алгебраический цикл» образовательной программы магистратуры и способствует научной работе студентов в рамках выполнения НИР и написания квалификационных работ по алгебраической тематике. На этой дисциплине основаны многие дисциплины алгебраического цикла для аспирантов, работающих по научной специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Дисциплина в некоторой степени опирается на бакалаврскую дисциплину «Алгебра» и на другие бакалаврские дисциплины алгебраического цикла по направлениям «Математика» и «Математика и компьютерные науки».

Для успешного изучения дисциплины «Основы теории групп» необходимы «входные» знания и умения в области математики, полученные в процессе обучения по программе бакалавриата, в том числе обучающийся должен

**знать** линейную алгебру, теорию групп и элементы теории колец в объеме, предусмотренном рабочими программами бакалаврских курсов «Алгебра» и «Дополнительные главы алгебры»,

**уметь** работать с абстрактными алгебраическими системами,

**иметь** навыки математических рассуждений, достаточный уровень математической культуры.

**3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

**3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина**

Учебным планом при освоении данной дисциплины предусмотрено формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- профессиональные (ПК):

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

**3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций.**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** фундаментальные понятия и классические результаты (теоремы) с доказательствами по общим разделам теории групп (ОПК-1.1).

**Уметь:** осмысленно воспринимать и воспроизводить абстрактные определения, теоремы и доказательства, логически мыслить, самостоятельно рассуждать и доказывать простые утверждения в области теории групп, устанавливать логические связи между понятиями,



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

корректно формулировать и осмысленно решать учебные задачи теоретического характера, а также задачи, связанные с конкретными примерами групп (ОПК-1.2).

**Владеть:** достаточным уровнем математической культуры, навыками самостоятельной исследовательской работы в области теории групп на основе глубоких знаний и постоянных размышлений над теоретико-групповой задачей (или проблемой), определенным уровнем математической интуиции, достаточным уровнем информационной и библиографической культуры в процессе поиска необходимой информации (ОПК-1.3).

#### **4. Объем и содержание дисциплины**

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

##### **4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа**

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

№ п/ п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)  Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекцион -ного типа	Занятия семинар- ского типа	
1	Группы и подгруппы	2	2	2	Экзамен
2	Группы преобразований	1	2	2	
3	Гомоморфизмы групп	1	2	2	
4	Циклические группы, порядок элемента группы	1	2	0	
5	Системы порождающих в группах	1	2	2	
6	Смежные классы группы по подгруппе	1	2	2	
7	Фактор-группы и гомоморфизмы групп	1	2	2	
Итого по дисциплине			14	12	

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

**1. Группы и подгруппы.** Полугруппы. Моноиды. Обратимые элементы моноида. Равносильные определения группы. Примеры групп. Абелевы группы. Порядок конечной группы. Группа вычетов. Подгруппы. Описание подгрупп группы  $Z$ .

**2. Группы преобразований.** Отображения множеств. Группа биективных преобразований множества и группа подстановок. Группы биективных преобразований в геометрии. Группы симметрий правильных многоугольников и многогранников.

**3. Гомоморфизмы групп.** Гомоморфизмы групп, их свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Первая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфные группы. Абстрактные свойства групп. Теорема Кэли о вложении произвольной группы в группу преобразований. Линейные группы. Вложение произвольной конечной группы в общую линейную группу.

**4. Циклические группы, порядок элемента группы.** Порядок элемента группы, его свойства. Выражение порядка степени элемента через порядок этого элемента. Циклическая подгруппа и совпадение её порядка с порядком порождающего элемента. Циклические группы и их описание с точностью до изоморфизма. Теорема о подгруппах циклической группы. Квазициклическая группа и описание её подгрупп.

**5. Системы порождающих в группах, группы конечного ранга, коммутант и центр группы.** Подгруппы, порождённые множеством элементов – равносильные определения. Системы образующих в группах. Примеры порождающих множеств в группе подстановок и в группе чётных подстановок. Конечно порождённые группы. Локальная циклическость группы  $Q$ . Группы конечного общего ранга. Группы конечного специального ранга. Ранг абелевой группы. Описание абелевых групп без кручения ранга 1. Коммутант и центр группы, их вычисление в симметрической и знакопеременной группе, а также в матричных группах.



**6. Смежные классы группы по подгруппе.** Отношение сравнимости по модулю подгруппы. Левые и правые смежные классы группы  $G$  по подгруппе  $H$  как классы сравнимости и как множества вида  $xH$  и  $Hx$ . Равномощность множества всех левых и множества всех правых смежных классов группы по подгруппе. Индекс подгруппы. Теорема Лагранжа о конечных группах. Теорема Эйлера и другие следствия из теоремы Лагранжа. Свойство транзитивности для подгрупп конечного индекса. Теорема Пуанкаре о подгруппах конечного индекса как обобщение теоремы Лагранжа.

**7. Фактор-группы и гомоморфизмы групп.** Равносильные определения нормальной подгруппы. Нормальность подгруппы индекса 2. Фактор-группа и естественный гомоморфизм. Нормальные подгруппы как ядра групповых гомоморфизмов. Вторая теорема о гомоморфизмах групп. Изоморфное представление квазициклической группы как фактор-группы группы  $p$ -ичных дробей по подгруппе целых чисел. Другие примеры, иллюстрирующие вторую теорему о гомоморфизмах групп. Теорема о соответствии подгрупп при эпиморфизме и как следствие теорема о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме. Применение теоремы о соответствии подгрупп при естественном гомоморфизме к описанию подгрупп группы целочисленных вычетов. Теоремы об изоморфизмах групп.

## **5. Образовательные технологии**

Технология проблемного обучения – демонстрация на лекциях и практических занятиях проблемных ситуаций. Проблемы учебного характера как правило формулируются в виде задач и решаются студентами самостоятельно и на практических занятиях под руководством и при поддержке преподавателя. Решение каждой задачи – это не только формулы; оно должно иметь четкую логическую структуру, содержать необходимые доказательства, пояснения, комментарии, ссылки на теоретические факты.

Информационные технологии: технологии смешанного обучения, использование компьютерных презентаций, обеспечение студентов текстами лекций в электронной форме.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: еженедельное работа с рукописными и электронными конспектами лекций (материалы выдаются студентам по мере необходимости), изучение литературы указанной в разделе 8 рабочей программы, выполнение домашних заданий (задания выдаются на каждом практическом занятии, и, при необходимости, в системе электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>), подготовка к решению задач, предлагаемых на экзамене (разработаны комплекты типовых задач), подготовка к экзаменам (вопросы и другие материалы для сдачи экзаменов доступны каждому студенту как в бумажном виде (в ауд. 326 первого уч. корпуса) так и в системе «Мой университет»). Методические пособия по данному курсу находятся в библиотечных фондах ИвГУ, их выходные данные представлены в **приложениях** к рабочей программе. Там же представлены и другие методические материалы по данной дисциплине.

## **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Итоговой формой контроля является устный экзамен. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. Кроме того, студенту выдается задача. Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно следующим образом.

### **Критерии и шкала оценки ответа на экзаменационный вопрос.**

Если студент демонстрирует знание основных понятий и классических результатов алгебры, входящих в программу экзамена, то оценка должна быть положительной.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

Если наряду с перечисленным выше студент осмысленно воспроизводит доказательства математических теорем, четко и аккуратно формулирует математические высказывания, демонстрирует глубокие знания и достаточный уровень математической культуры, то ему выставляется либо оценка «хорошо» либо оценка «отлично».

Если наряду с перечисленным выше студент умеет самостоятельно доказывать математические теоремы на основе глубоких знаний и математической интуиции, способен к научной дискуссии и к самостоятельной исследовательской деятельности в области математики, то ему выставляется оценка «отлично».

**Критерии и шкала оценки решения задачи:**

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент знает подходы и методы решения предложенной ему задачи, но в процессе решения допустил существенную вычислительную или логическую ошибку.

Оценка «хорошо» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа), но решение сделано по «формальной схеме» и не подкрепляется глубокими знаниями.

Оценка «отлично» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа) и при этом решение задачи подкрепляется глубокими знаниями и высоким уровнем математической культуры.

**Критерии и шкала итоговой оценки на экзамене.**

В качестве итоговой оценки берется результат округления среднего значения следующих трех показателей: оценка ответа на первый экзаменационный вопрос, оценка ответа на второй экзаменационный вопрос, оценка решения задачи.

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

**9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование: доска, проектор для презентаций.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины:** профессор кафедры алгебры и математической логики ИвГУ, доктор физико-математических наук Азаров Дмитрий Николаевич

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики  
«1» сентября 2022 г., протокол № 1

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Д.Н. Азаров  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Д.Н. Азаров  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Д.Н. Азаров  
(подпись)