



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

\_\_\_\_\_ Д.Н. Азаров  
(подпись)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Избранные вопросы математического анализа и геометрии**

|  |                            |
|--|----------------------------|
| Уровень высшего образования:                           | магистратура               |
| Квалификация выпускника:                               | Магистр                    |
| Направление подготовки:                                | 01.04.01 Математика        |
| Направленность (профиль)<br>образовательной программы: | Фундаментальная математика |

Иваново



Основная профессиональная образовательная программа  
*01.04.01 Математика*  
(Фундаментальная математика)

---

## 1. Цели освоения дисциплины

Вероятностные методы в математике занимают существенное место и иногда являются единственными методами, дающими подход к решению задачи. Поэтому их изучение и освоение важно для специалиста – математика.

Программа предусматривает изложение основных понятий и принципов вероятностного подхода в объеме вводного курса. Предварительно излагаются или напоминаются основные понятия из теории функций, теории нормированных и гильбертовых пространств, пространств суммируемых функций и теории вероятностей, которые важны для изложения программы. Затем естественным образом осуществляется переход к изучению системы Радемахера и излагаются примеры применения вероятностных методов в теории функций.

Для понимания и успешного усвоения программы достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, топологии, функционального анализа, теории вероятностей и линейной алгебры.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Вариативная часть (индекс Б1.В.05).

Для понимания и успешного усвоения программы достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, топологии, функционального анализа, теории вероятностей и линейной алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

**Уметь:** Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

**Иметь навыки владения:** Основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

### 3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) профессиональные (ПК): *ПК-1*.

Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания в области фундаментальной и прикладной математики, компьютерных наук (*ПК-1*).



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

### 3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (ПК-1).

**Уметь:** применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач (ПК-1).

**Владеть:** методами, изложенными в курсе (ПК-1).

### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов),

#### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

| №<br>п/п | Разделы (темы)<br>дисциплины  | Семестр | Виды занятий, их<br>объем (в ак. часах, по<br>очной форме<br>обучения) |                                   | Формы текущего<br>контроля успеваемости (по очной<br>форме обучения)<br><br>Формы промежуточной аттестации |
|----------|---|---------|--|-----------------------------------|--|
|          |   |         | Занятия<br>лекцион-<br>ного типа                                       | Занятия<br>семинарс-<br>кого типа |  |
| 1        | Ортогональные ряды в<br>гильбертовом пространстве.<br>Теорема Рисса-Фишера.                     | 3       | 1ч.  | 1ч.                               | Выборочный<br>опрос введенных понятий<br>и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии.              |
| 2        | Ортогональные ряды в<br>пространстве квадратично<br>суммируемых функций.<br>Система Радемахера. | 3       | 1ч.  | 1. ч .                            | Выборочный<br>опрос введенных понятий<br>и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии.              |
| 3        | Тригонометрическая<br>система. Теорема Лебега-<br>Фейера. Полнота<br>тригонометрической         | 3       | 1ч.  |                                   | Выборочный<br>опрос введенных понятий<br>и определений.  |



Основная профессиональная образовательная программа  
 01.04.01 Математика  
 (Фундаментальная математика)

|   |  |   |      |      |   |
|---|--|---|------|------|---|
|   | системы.   |   |      | 1 ч. | Ответ на практическом занятии.  |
| 4 | Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах.                                 | 3 | 1 ч. | 1 ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 5 | Независимость функций Радемахера. Закон нуля и единицы.                                | 3 | 1 ч. | 1 ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 6 | Сходимость почти всюду рядов Радемахера  | 3 | 1 ч. | 1 ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 7 | Неравенство Хинчина. Сходимость в среднем рядов Радемахера.                            | 3 | 1 ч. | 1 ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 8 | Расходимость и несуммируемость почти всюду рядов Радемахера.                           | 3 | 1 ч. | 1 ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 9 | Теорема Фубини. Теорема Пэли-Зигмунда о сходимости случайных тригонометрических рядов. | 3 | 1 ч. | 1 ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |



Основная профессиональная образовательная программа  
 01.04.01 Математика  
 (Фундаментальная математика)

|    |   |   |     |       |   |
|----|---|---|-----|-------|---|
| 10 | Теорема Пэли-Зигмунда о расхождении и несуммируемости случайных тригонометрических рядов. | 3 | 1ч. | 1ч.   | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 11 | Об оценке суммы ряда Радемахера на множестве положительной меры.                          | 3 | 1ч. | 1ч.   | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 12 | Об аналитической непродолжаемости случайных степенных рядов.                              | 3 | 1ч. | 1ч.   | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 13 | Оценки случайных тригонометрических полиномов.  | 3 | 1ч. | 1ч.   | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 14 | Равномерная сходимость случайных тригонометрических рядов.                                | 3 | 1ч. | 1ч.   | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 15 | Неравенство П. Леви для системы функций Радемахера.                                       | 3 | 1ч. | 0,5ч. | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br><br>Ответ на практическом занятии. |
| 16 | Оценка мажоранты частных сумм ряда по системе Радемахера.                                 | 3 | 1ч. | 0,5ч. | Контрольная работа.   |
| 17 | Сходимость по мере. Сходимость по мере случайных функциональных                           | 3 | 1ч. |       | Выборочный опрос введенных понятий  |



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

|                      |  |    |     |         |   |
|----------------------|--|----|-----|---------|---|
|                      | рядов.   |    |     | 0,5ч.   | и определений.<br>Ответ на практическом занятии.                                    |
| 18                   | Сходимость в среднем случайных функциональных рядов. | 3  | 1ч. | 0,5ч.   | Выборочный опрос введенных понятий и определений.<br>Ответ на практическом занятии. |
| Итого по дисциплине: |  | 18 | 16  | Экзамен |   |

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

**Раздел 1.** Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.

Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера. Существование полной ортонормированной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.

**Раздел 2.** Ортогональные ряды в пространстве квадратично суммируемых функций. Система Радемахера.

Ортогональные ряды в пространстве  $L^2$ . Определение система Радемахера и ее свойства. Система Уолша. Определение система Уолша. Полнота система Уолша.

**Раздел 3.** Тригонометрическая система. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы.

Определение тригонометрической системы. Интегралы Дирихле и Фейера. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы. Примеры.

**Раздел 4.** Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах.

Подход Штейнгауза к теории вероятностей. Независимость. Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах и ее доказательство.

**Раздел 5.** Независимость функций Радемахера. Закон нуля и единицы.

Последовательность Радемахера как последовательность независимых случайных величин. Последовательность Штейнгауза. Закон нуля и единицы. Закон нуля и единицы для системы Радемахера. Закон нуля и единицы в общем виде.

**Раздел 6.** Сходимость почти всюду рядов Радемахера.

Сходимость почти всюду рядов Радемахера. Условие сходимости почти всюду рядов Радемахера.

**Раздел 7.** Неравенство Хинчина. Сходимость в среднем рядов Радемахера.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

Доказательство неравенства Хинчина. Сходимость в среднем. Доказательство теоремы о сходимости в среднем рядов Радемахера.

**Раздел 8.** Расходимость и несуммируемость почти всюду рядов Радемахера.

Условие расходимости почти всюду рядов Радемахера. Об условии несуммируемости почти всюду рядов Радемахера.

**Раздел 9.** Теорема Фубини. Теорема Пэли-Зигмунда о сходимости случайных тригонометрических рядов.

**Раздел 10.** Теорема Пэли-Зигмунда о расходимости и несуммируемости случайных тригонометрических рядов.

**Раздел 11.** Об оценке суммы ряда Радемахера на множестве положительной меры.

**Раздел 12.** Об аналитической непродолжаемости случайных степенных рядов.

**Раздел 13.** Оценки случайных тригонометрических полиномов.

**Раздел 14.** Равномерная сходимость случайных тригонометрических рядов.

**Раздел 15.** Неравенство П. Леви для системы функций Радемахера.

**Раздел 16.** Оценка мажоранты частных сумм ряда по системе Радемахера.

**Раздел 17.** Сходимость по мере. Сходимость по мере случайных функциональных рядов.

**Раздел 18.** Сходимость в среднем случайных функциональных рядов.

## **5. Образовательные технологии**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в решении задач.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к РП.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

## 7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы. Экзамен.

Форма проведения экзамена: устная.

Критерий оценки: «отлично».

Оценка «отлично» выставляется студенту, если продемонстрировано знание понятий и теорем курса и умение творчески применять их к решению задач.

Критерий оценки: «хорошо».

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если продемонстрировано знание основных понятий и теорем курса и умение применять их к решению простых задач.

Критерий оценки: «удовлетворительно».

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрировано незнание некоторых основных понятий и теорем курса.

Критерий оценки: «неудовлетворительно».

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрировано незнание понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.

Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Основная литература:

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686>
2. Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225>
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037>





Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд. - Москва: Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8. То же [Электронный ресурс]. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва: Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>

**Дополнительная литература:**

1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т./ Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82814/>
2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82814/>
3. Сборник задач по математическому анализу: Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 1. Предел. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0, 978-5-9221-0305-3. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/83187/>
4. Сборник задач по математическому анализу. Ряды: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2009. - Т. 2. Интегралы. - 503 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82820>
5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, Д.Н. Дубакин, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд. перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2003. - Т. 3. Функции нескольких переменных. - 469 с. - ISBN 5-9221-0308-3. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83191>
6. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. - Режим доступа: по подписке. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722>

**Интернет-ресурсы:**

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>



Основная профессиональная образовательная программа  
01.04.01 Математика  
(Фундаментальная математика)

---

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, выполнения курсовых работ (проектов) с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения (*последнее выбирается при наличии курсовой работы (проекта) по дисциплине*).

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации:



Основная профессиональная образовательная программа  
*01.04.01 Математика*  
(Фундаментальная математика)

---

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины:** Белов А.С., профессор, профессор, д.ф.-м.н.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_  
(подпись)