



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 Д.Н. Азаров
(подпись)

« 13 » июля 20 18 г.

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы математического анализа и геометрии

| | |
|---|--------------------------------------|
| Уровень высшего образования: | магистратура |
| Квалификация выпускника: | магистр |
| Направление подготовки: | 01.04.01 Математика |
| Направленность (профиль) образовательной программы: | Фундаментальная математика |
| Тип образовательной программы: | программа академической магистратуры |

Иваново



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

1. Цели освоения дисциплины

Основные цели освоения дисциплины «Дополнительные главы математического анализа и геометрии» является знакомство с некоторыми направлениями математики, не вошедшими в основной базовый курс бакалавриата и магистратуры.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа и геометрии» относится к Вариативной части программы в блоке обязательных дисциплин.

Для освоения данной дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия и содержательные теоремы математического анализа, линейной алгебры и геометрии, топологии.

Уметь: применять свои знания по указанным разделам математики для решения задач, стоящих на пересечении этих разделов.

Владеть: навыками поиска доказательства; построения конструкций, основанных на базовых понятиях алгебры, математического анализа и геометрии.

Ниже приводится список учебных дисциплин (модулей), изучение которых опирается на материал дисциплины «Дополнительные главы математического анализа и геометрии»:

- Специальные разделы математического анализа и геометрии
- Избранные вопросы математического анализа и геометрии

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) общекультурные (ОК):

ОК-1: Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.

б) общепрофессиональные (ОПК):

ОПК-1: Способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики.

ОПК-2: Способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках.

в) профессиональные:

ПК-1: Способность к интенсивной научно-исследовательской работе.

ПКВ-1: способность использовать знания математики и компьютерных наук в различных сферах профессиональной деятельности, в том числе в образовании, в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии.

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Знать:** основные понятия дискретной геометрии: аффинные и векторные пространства, векторные и аффинные базисы, равномерно-дискретные системы, точечные решетки, нормальные разбиения пространства, конечные метрические пространства, разрезные метрики, вложения метрических пространств.
- **Уметь:** Воспроизводить доказательства основных классических результатов геометрии, строить новые доказательства. Корректно ставить математические задачи и решать их.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

- **Владеть:** Высоким уровнем математической и информационной культуры, навыками самостоятельной исследовательской работы; навыками работы с алгебраическими и геометрическими объектами различной природы.

4. Объем и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

| № п/ п | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам): |
|--------------|---|---------|-----------------|---|----------------------------------|---|--|
| | | | | Занятия лекци он- ного типа | Занятия семинарс кого типа | Самостояте льная работа студен-тов (СР+СРЭ) | |
| 1 | Конечное пространство расстояний. Полуметрики. Разрезной конус и многогранник. | 1 | 1-2 | 2 | - | 5 | |
| 2 | Полуметрики, индуцированные мерой. | 1 | 3-4 | 2. | 2 | 5+6 | Домашняя контрольная работа № 1. |
| 3 | Вложимость дистанционных пространств. L_q и l_q - вложимость. | 1 | 5-6 | 2 | 2 | 5 | |
| 4 | Аффинный и векторный базис. Точечная решетка. Многогранник Делоне и нормальное разбиение пространства. | 1 | 7-8 | 2 | 2 | 5+6 | Домашняя контрольная работа № 2. |
| 5 | Система гиперметрических неравенств. Гиперметрический конус. | 1 | 9-10 | 2 | 2 | 5 | |
| 6 | Теоремы об отношениях между основными типами дистанционных пространств. | 1 | 11-12 | 2 | 2 | 5+6 | Домашняя контрольная работа № 3. |
| 7 | Теоремы вложимости (X_{n+1}, \sqrt{d}) , $d \in \text{NEG}_{n+1}$ $(d \in \text{HYP}_{n+1})$ в \mathbf{R}^k и его свойствах. | 1 | 13-14 | 2 | 2 | 5 | |
| 8 | Гиперметрические пространства и многогранники Делоне. | 1 | 15-16 | 2 | 2 | 6+6+9 | Домашняя контрольная работа № 4. Экзамен. |
| ИТОГО | | | | 16 | 14 | 41+33 | |



4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Конечное пространство расстояний (X_{n+1}, d) .
2. Полуметрики и метрический конус $MET_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$.
3. Разрезные полуметрики, разрезной конус $CUT_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ и разрезной многогранник $CUT_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$.
4. Теорема о включении $CUT_{n+1} \subset MET_{n+1}$.
5. Пространство с мерой и полуметрика, индуцированная мерой.
6. Теорема о вложимости $d \in CUT_{n+1}$ в пространство с полуметрикой, индуцированной мерой (прямая и обратная).
7. Теорема об l_1 -вложимости для $d \in CUT_{n+1}$ (прямая и обратная).
8. Теорема о L_1 -вложимости пространства с полуметрикой, индуцированной мерой. Итоговая теорема об эквивалентности 3-х утверждений.
9. Пример применения предыдущей теоремы: Теорема о l_1 -вложимости метрического пространства на 2-мерной сфере.
10. Аффинный базис в n -мерном евклидовом пространстве. Аффинные координаты точки и вектора. Связь с векторными координатами.
11. Метрические коэффициенты для аффинного базиса в n -мерном евклидовом пространстве, связь с коэффициентами матрицы Грама для векторного базиса. Скалярное произведение векторов, скалярный квадрат вектора, расстояние между точками.
12. Точечная решетка в n -мерном евклидовом пространстве. Эквивалентность трех определений: на основе векторного базиса пространства, аффинного базиса, и равномерно-дискретной аддитивной системы точек.
13. Система векторно-гиперметрических неравенств для основного (аффинного) базиса точечной решетки.
14. Лемма о существовании и единственности сферы, описанной вокруг точек аффинного базиса.
15. Степень точки относительно сферы. Выражение в векторных и аффинных координатах.
16. Многогранник Делоне для равномерно-дискретной системы. Разбиение Делоне. Лемма Делоне о расширяющемся шаре.
17. Система гиперметрических неравенств для многогранника Делоне и аффинного базиса решетки, выбранного среди его вершин.
18. Конечные пространства (X_{n+1}, d) отрицательного типа и конус $NEG_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$. Векторно-гиперметрических неравенства с целочисленными, рациональными и действительными коэффициентами.
19. Конечные гиперметрические пространства (X_{n+1}, d) и конус $HYP_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$. Система гиперметрических неравенств.



20. Леммы о включениях $CUT_{n+1} \subset HYP_{n+1}$, $CUT_{n+1} \subset NEG_{n+1}$.
21. Лемма о включении $HYP_{n+1} \subset NEG_{n+1}$.
22. Ковариантное отображение $a_{ij} \rightarrow d_{ij}$ и конус $PSD_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$. Вторая форма записи системы гиперметрических и векторно-гиперметрических неравенств.
23. Теорема о вложимости (X_{n+1}, \sqrt{d}) , $d \in NEG_{n+1}$ в \mathbf{R}^k с метрикой l_2 .
24. Лемма о существовании сферы в \mathbf{R}_k , описанной вокруг точек, удовлетворяющих системе гиперметрических неравенств.
25. Лемма о дискретности Z -модуля, порожденного векторами, удовлетворяющих системе гиперметрических неравенств.
26. Теорема о взаимно однозначном соответствии между конечными гиперметрическими пространствами и многогранниками Делоне.
27. Комбинаторная структура гиперметрического конуса и аффинные типы многогранников Делоне.

5. Образовательные технологии

Обучение дисциплине организовано по типу лекционных и практических занятий, выполнения домашних заданий. При изучении теоретического материала делается упор на эвристический метод, согласно которому многие утверждения, составляющие содержание теорем, появляются как результат решения студентами предложенных им задач. В связи с этим отсутствует жесткое разграничение между лекционными и практическими занятиями. Некоторые задачи и проблемы отнесены для самостоятельного домашнего решения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы студентов используются: лекции, методические пособия, изданные Ивановским государственным университетом, публикации в научных отечественных и зарубежных периодических изданиях.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Основное оценочное средство текущего контроля успеваемости есть решение задач как в аудитории так и в качестве домашнего задания с последующей проверкой. Студентам предлагаются к решению варианты домашних контрольных работ.

Кроме того, используются доклады по результатам домашней самостоятельной работы как реферативного плана так и по содержанию решенной проблемы. По итогам семестра проводится устный экзамен. Оценка на экзамене складывается из: а) результата непосредственного ответа на вопросы экзаменационного билета; б) отметок, полученных в течении семестра.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Деза, М. Изометрические полиэдральные подграфы в гиперкубах и кубических решетках / М. Деза, В.П. Гришухин, М.И. Штогрин ; пер. Н.А. Шихова. – Москва : МЦНМО, 2008. – 192 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63269> (дата обращения: 19.10.2019). – ISBN 978-5-94057-363-0. – Текст : электронный.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

2. Фёдоров, Е.С. Правильное деление плоскости и пространства / Е.С. Фёдоров ; А.В. Нардова, Академия наук союза ССР ; сост. И.И. Шафрановский ; отв. ред. Б.Н. Делоне и др. – Л. : Наука, 1979. – 273 с. : ил. – (Классики науки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427231> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

3. Браве, О. Избранные научные труды: Кристаллографические этюды / О. Браве ; П.Л. Дубов, Академия наук союза ССР ; сост. И.И. Шафрановский ; отв. ред. Б.Н. Делоне. – Л. : Наука, 1974. – 421 с. : ил. – (Классики науки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427120> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

Дополнительная литература:

4.а. Делоне, Б.Н. Sur la partition régulière de l'espace à 4 dimensions / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1929. – Ч. 1. – 32 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473769> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

4.б. Делоне, Б.Н. Sur la partition régulière de l'espace à 4 dimensions / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1929. – Ч. 2. – 26 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473770> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

5.а. Делоне, Б.Н. Sur la généralisation de la théorie des paralléloèdres / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1933. – 6 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471615> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

5.б. Делоне, Б.Н. Sur la sphère vide / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1934. – 8 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471435> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: доцент кафедры математического анализа и геометрии, к.ф.-м.н. Кононенко П.Г.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

«03» июня 20 18 г., протокол № 5

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № 1 от «30» августа 20 19 г.

Согласовано:

Руководитель ОП Лев Д.Н. Азаров
(подпись)

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20 ____ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____
(подпись)

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20 ____ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____
(подпись)