



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 И.О. Фамилия  
(подпись)

« 1 » сентября 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Дифференциальные уравнения**

|  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| Уровень высшего образования:                           | бакалавриат                           |
| Квалификация выпускника:                               | бакалавр                              |
| Направление подготовки:                                | 01.03.01 Математика                   |
| Направленность (профиль)<br>образовательной программы: | Математика, алгоритмы и анализ данных |

Иваново



## **1. Цели освоения дисциплины**

Цели и задачи дисциплины «Дифференциальные уравнения» определяются целями ОП и той ролью, которую играют дифференциальные уравнения в современной математике и её приложениях. Дифференциальные уравнения имеют огромное значение как одно из орудий исследования естественнонаучных, научно-технических и даже многих социально-экономических вопросов. Классическая теория дифференциальных уравнений с одной стороны необходима для успешного применения в различных практических приложениях, с другой стороны подводит к пониманию задач и методов их решения в современной теории дифференциальных уравнений.

В число основных целей и задач курса следует включить:

- а) фундаментальную подготовку в области дифференциальных уравнений;
- б) овладение математическим аппаратом теории дифференциальных уравнений для научных исследований и применения в приложениях.

## **2. Место дисциплины в структуре ОП**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части (индекс Б1.О.19).

Для её успешного изучения необходимы знания и умения, приобретённые в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ и алгебра.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: основы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных, комплексные числа, основы линейной алгебры.

Уметь: дифференцировать и интегрировать функции, оперировать с комплексными числами, решать системы линейных уравнений, находить собственные числа матрицы и соответствующие им собственные и присоединённые векторы, определять положительность квадратичной формы от двух переменных.

Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимо при последующем освоении дисциплин: «Численные методы», «Математическое и компьютерное моделирование», производственная практика, научно исследовательская работа и преддипломная практика, подготовка и сдача государственного экзамена, подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы (бакалаврской работы).

## **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

### **3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина**

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности.

### **3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные определения и понятия теории дифференциальных уравнений: порядок уравнения, решение, интегральная кривая, фазовое пространство, фазовая траектория, первый интеграл; свойства математических объектов в этой области, формулировки основных утверждений, возможные сферы их приложения (ОПК-1).

Уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений (ОПК-1)



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

Иметь навыки: решения стандартных задач в области дифференциальных уравнений - решение простейших уравнений первого порядка, линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами, задачу Коши для них; рисовать фазовый портрет линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами, исследовать решение уравнения или системы уравнений на устойчивость (ОПК-1).

#### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 7 зачетные единицы (252 академических часов).

##### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотношенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

| № п/п                | Разделы (темы) дисциплины  | Семестр | Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения) |                           | Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)<br><br>Формы промежуточной аттестации |
|----------------------|--|---------|---|---------------------------|--|
|                      |  |         | Занятия лекционного типа                                      | Занятия семинарского типа |  |
| 1.                   | Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Простейшие методы интегрирования. | 3       | 18  | 16                        | Контрольная работа №1  |
| 2.                   | Дифференциальные уравнения высших порядков.  | 3       | 18  | 16                        | Контрольная работа №2  |
| Итого за семестр     |  |         | 36  | 32                        | Зачет (с оценкой)  |
| 3.                   | Системы дифференциальных уравнений.  | 4       | 16  | 16                        | Контрольная работа №3  |
| 4.                   | Автономные системы дифференциальных уравнений. Устойчивость.   | 4       | 16  | 16                        |  |
| Итого за семестр:    |  |         | 32  | 32                        | Зачет (с оценкой)  |
| Итого по дисциплине: |  |         | 68  | 64                        |  |

##### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.

1.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия, связанные с дифференциальными уравнениями.

1.2. Геометрическая интерпретация: поле направлений, изоклины, интегральные кривые.

1.3. Задача Коши. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши. Общие и частные решения дифференциального уравнения. Общий интеграл.

1.4. Уравнения с разделяющимися переменными.

1.5. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли и Риккати.

1.6. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.

1.7. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения. Огибающая.

2. Дифференциальные уравнения высших порядков.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

2.1. Основные определения и понятия. Постановка задачи Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижения порядка.

2.2. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия, общие свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений.

2.3. Структура общего решения линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Общее решение линейного неоднородного уравнения  $n$ -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

2.4. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

2.5. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

2.6. Уравнение Эйлера

2.7. Краевые задачи, основные понятия. Задача Штурма-Лиувилля.

3. Системы дифференциальных уравнений

3.1. Основные понятия. Теорема о существовании и единственности задачи Коши.

3.2. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.

3.3. Системы линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных.

3.4. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы. Случаи различных и кратных корней характеристического уравнения. Структура общего решения.

3.5. Матричная экспонента: определение, формула сложения, применение к решению однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.

3.6. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Структура общего решения.

4. Автономные системы дифференциальных уравнений. Устойчивость.

4.1. Фазовое пространство и фазовые траектории. Векторное поле.

4.2. Взаимное расположение и виды фазовых траекторий автономных систем.

4.3. Фазовый портрет линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами.

4.4. Локальный фазовый портрет нелинейных систем. Предельные циклы.

4.5. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Теоремы Ляпунова и Четаева.

4.6. Устойчивость нулевого решения системы с постоянными коэффициентами.

4.7. Теорема об устойчивости решения по системе линейного приближения.

## 5. Образовательные технологии

Организация учебного процесса осуществляется через лекции, практические занятия и индивидуальную самостоятельную работу студентов над курсом.

Большое внимание уделяется алгоритмической составляющей курса. Для выработки операционных навыков на лекциях приводятся образцы решения типовых задач.

На практических занятиях особое значение придаётся выделению базовых задач по каждой теме. При этом применяется принцип модульности, состоящий в том, что каждое занятие является завершённым и призвано формировать целостное представление по данной теме.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.



## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В процессе усвоения курса самостоятельной работе студента отводится важная роль.

Во-первых, обучающимся предлагаются по текущим темам лекций материалы по учебникам из списка рекомендованной литературы. Методические материалы по данному курсу, изданные в виде учебников и задачников находятся в библиотечных фондах ИвГУ. Доступ к материалам через ЭИОС «Мой университет».

Во-вторых, при подготовке к практическим занятиям обучающимся предлагается воспользоваться методическими указаниями, содержащимися в «Приложении 1» к рабочей программе. В этих указаниях излагаются планы проведения практических занятий с указанием задач, решаемых на занятиях и предлагаемых в качестве домашнего задания. Кроме того, там же имеются образцы вариантов всех контрольных работ.

## **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Текущий контроль в межсессионный период состоит в оценивании аудиторной работы студентов и выполнения домашних заданий.

Промежуточный контроль освоения курса предполагает выполнение 3 контрольных работ.

Итоговый контроль: зачет (с оценкой) по практической и теоретической части курса. Зачет проходит в устной форме.

Критерии оценки:

1. «Отлично» - дан полный ответ на теоретические вопросы и правильное решение практических задач.
2. «Хорошо» - ответ на теоретические вопросы может быть не совсем полным и имеются незначительные (например, арифметические) ошибки при решении практических задач.
3. «Удовлетворительно» - ответ на теоретические вопросы имеет большие пробелы и дано решение лишь одной задачи.
4. «Неудовлетворительно» - обе задачи не решены или студент не имеет представления о способах их решения, или решена с недочетами только одна задача и ответа на теоретические вопросы совсем нет либо студент имеет отдаленное представление о некоторых из них.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.А. Треногин. – Москва : Физматлит, 2009. – 312 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614> (дата обращения: 19.11.2019). – ISBN 978-5-9221-1063-1. – Текст : электронный.

2. Андреев, А.Н. Избранные главы теории дифференциальных уравнений / А.Н. Андреев. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. – 112 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232210> (дата обращения: 19.11.2019). – ISBN 978-5-8353-1300-6. – Текст : электронный.

3. Литвин, Д.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко, И.И. Мамаев ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2017. – 76 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=484995> (дата обращения: 19.11.2019). – Библиогр. в кн. – Текст : электронный.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

---

Дополнительная литература:

1. Асташова, И.В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 96 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289> (дата обращения: 19.11.2019). – ISBN 978-5-374-00488-5. – Текст : электронный.
2. Пономаренко, А.К. Индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [16+] / А.К. Пономаренко, В.Ю. Сахаров, П.К. Черняев ; Санкт-Петербургский государственный университет. – Санкт-Петербург : Издательство Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2016. – 48 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458099> (дата обращения: 19.11.2019). – Текст : электронный.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

### Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: электронные пособия и презентации.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

---

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины:** старший преподаватель кафедры фундаментальной математики Шмелева Анна Фаритовна.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры (*наименование*)  
«\_1\_» сентября 2022г., протокол № 1

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия  
(подпись)