



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

Н.Г. Косарев Н.Г. Косарев
(подпись)

« 13 » июня 20 18 г.

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы математического анализа и геометрии

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика
Тип образовательной программы:	программа академического бакалавриата

Иваново



1. Цели освоения дисциплины

Основные цели освоения дисциплины «Дополнительные главы математического анализа и геометрии»: знакомство с некоторыми направлениями математики, не вошедшими в основной базовый курс бакалавриата и магистратуры.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа и геометрии» относится к Вариативной части программы в блоке обязательных дисциплин.

Для освоения данной дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия и содержательные теоремы математического анализа, линейной алгебры и геометрии, топологии.

Уметь: применять свои знания по указанным разделам математики для решения задач, стоящих на пересечении этих разделов.

Владеть: навыками поиска доказательства; построения конструкций, основанных на базовых понятиях алгебры, математического анализа и геометрии.

Ниже приводится список учебных дисциплин (модулей), изучение которых опирается на материал дисциплины «Дополнительные главы математического анализа и геометрии»:

- Специальные разделы математического анализа и геометрии
- Избранные вопросы математического анализа и геометрии

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- а) общекультурные (ОК):
- б) общепрофессиональные (ОПК):

ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.

ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

- в) профессиональные:

ПК-1: способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

ПК-3: способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Знать:** основные понятия дискретной геометрии: аффинные и векторные пространства, векторные и аффинные базисы, равномерно-дискретные системы, точечные решетки,



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

нормальные разбиения пространства, конечные метрические пространства, разрезные метрики, вложения метрических пространств.

- **Уметь:** Воспроизводить доказательства основных классических результатов геометрии, строить новые доказательства. Корректно ставить математические задачи и решать их.
- **Владеть:** Высоким уровнем математической и информационной культуры, навыками самостоятельной исследовательской работы; навыками работы с алгебраическими и геометрическими объектами различной природы.

4. Объем и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	
1.	Конечное пространство расстояний. Полуметрики. Разрезной конус и многогранник.	1	2	2	
2.	Полуметрики, индуцированные мерой.	1	4	4	Домашняя контрольная работа № 1.
3.	Вложимость дистанционных пространств. L_q и l_q -вложимость.	1	4	4	
4.	Аффинный и векторный базис. Точечная решетка. Многогранник Делоне и нормальное разбиение пространства.	1	2	2	Домашняя контрольная работа № 2.
5.	Система гиперметрических неравенств. Гиперметрический конус.	1	2	2	
6.	Теоремы об отношениях между основными типами дистанционных пространств.	1	4	4	Домашняя контрольная работа № 3.
7.	Теоремы вложимости (X_{n+1}, \sqrt{d}) , $d \in \text{NEG}_{n+1}$ ($d \in \text{HYP}_{n+1}$) в \mathbf{R}^k и его свойствах.	1	2	2	
8.	Гиперметрические пространства и многогранники Делоне.	1	4	4	Домашняя контрольная работа № 4. Зачет.
ИТОГО			24	24	



4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Конечное пространство расстояний (X_{n+1}, d) .
2. Полуметрики и метрический конус $MET_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$.
3. Разрезные полуметрики, разрезной конус $CUT_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$ и разрезной многогранник $CUT_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$.
4. Теорема о включении $CUT_{n+1} \subset MET_{n+1}$.
5. Пространство с мерой и полуметрика, индуцированная мерой.
6. Теорема о вложимости $d \in CUT_{n+1}$ в пространство с полуметрикой, индуцированной мерой (прямая и обратная).
7. Теорема об l_1 -вложимости для $d \in CUT_{n+1}$ (прямая и обратная).
8. Теорема о L_1 -вложимости пространства с полуметрикой, индуцированной мерой. Итоговая теорема об эквивалентности 3-х утверждений.
9. Пример применения предыдущей теоремы: Теорема о l_1 -вложимости метрического пространства на 2-мерной сфере.
10. Аффинный базис в n -мерном евклидовом пространстве. Аффинные координаты точки и вектора. Связь с векторными координатами.
11. Метрические коэффициенты для аффинного базиса в n -мерном евклидовом пространстве, связь с коэффициентами матрицы Грама для векторного базиса. Скалярное произведение векторов, скалярный квадрат вектора, расстояние между точками.
12. Точечная решетка в n -мерном евклидовом пространстве. Эквивалентность трех определений: на основе векторного базиса пространства, аффинного базиса, и равномерно-дискретной аддитивной системы точек.
13. Система векторно-гиперметрических неравенств для основного (аффинного) базиса точечной решетки.
14. Лемма о существовании и единственности сферы, описанной вокруг точек аффинного базиса.
15. Степень точки относительно сферы. Выражение в векторных и аффинных координатах.
16. Многогранник Делоне для равномерно-дискретной системы. Разбиение Делоне. Лемма Делоне о расширяющемся шаре.
17. Система гиперметрических неравенств для многогранника Делоне и аффинного базиса решетки, выбранного среди его вершин.
18. Конечные пространства (X_{n+1}, d) отрицательного типа и конус $NEG_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$. Векторно-гиперметрических неравенства с целочисленными, рациональными и действительными коэффициентами.
19. Конечные гиперметрические пространства (X_{n+1}, d) и конус $HYP_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$. Система гиперметрических неравенств.
20. Леммы о включениях $CUT_{n+1} \subset HYP_{n+1}$, $CUT_{n+1} \subset NEG_{n+1}$.



21. Лемма о включении $\text{HYP}_{n+1} \subset \text{NEG}_{n+1}$.
22. Ковариантное отображение $a_{ij} \rightarrow d_{ij}$ и конус $\text{PSD}_{n+1} \subset \mathbf{R}^{n(n+1)/2}$. Вторая форма записи системы гиперметрических и векторно-гиперметрических неравенств.
23. Теорема о вложимости (X_{n+1}, \sqrt{d}) , $d \in \text{NEG}_{n+1}$ в \mathbf{R}^k с метрикой l_2 .
24. Лемма о существовании сферы в \mathbf{R}_k , описанной вокруг точек, удовлетворяющих системе гиперметрических неравенств.
25. Лемма о дискретности Z-модуля, порожденного векторами, удовлетворяющих системе гиперметрических неравенств.
26. Теорема о взаимно однозначном соответствии между конечными гиперметрическими пространствами и многогранниками Делоне.
27. Комбинаторная структура гиперметрического конуса и аффинные типы многогранников Делоне.

5. Образовательные технологии

Обучение дисциплине организовано по типу лекционных и практических занятий, выполнения домашних заданий. При изучении теоретического материала делается упор на эвристический метод, согласно которому многие утверждения, составляющие содержание теорем, появляются как результат решения студентами предложенных им задач. В связи с этим отсутствует жесткое разграничение между лекционными и практическими занятиями. Некоторые задачи и проблемы отнесены для самостоятельного домашнего решения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы студентов используются: лекции, методические пособия, изданные Ивановским государственным университетом, публикации в научных отечественных и зарубежных периодических изданиях.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Основное оценочное средство текущего контроля успеваемости есть решение задач как в аудитории так и в качестве домашнего задания с последующей проверкой. Студентам предлагаются к решению варианты домашних контрольных работ.

Кроме того, используются доклады по результатам домашней самостоятельной работы как реферативного плана так и по содержанию решенной проблемы. По итогам семестра проводится устный зачет. Оценка возможности проставления зачета складывается из: а) результата непосредственного ответа на вопросы экзаменационного билета; б) отметок, полученных в течении семестра.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Деза, М. Изометрические полиэдральные подграфы в гиперкубах и кубических решетках / М. Деза, В.П. Гришухин, М.И. Штогрин ; пер. Н.А. Шихова. – Москва : МЦНМО, 2008. – 192 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63269> (дата обращения: 19.10.2019). – ISBN 978-5-94057-363-0. – Текст : электронный.

2. Фёдоров, Е.С. Правильное деление плоскости и пространства / Е.С. Фёдоров ; А.В. Нардова, Академия наук союза ССР ; сост. И.И. Шафрановский ; отв. ред. Б.Н. Делоне и др. – Л. :



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Наука, 1979. – 273 с. : ил. – (Классики науки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427231> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

3. Браве, О. Избранные научные труды: Кристаллографические этюды / О. Браве ; П.Л. Дубов, Академия наук союза ССР ; сост. И.И. Шафрановский ; отв. ред. Б.Н. Делоне. – Л. : Наука, 1974. – 421 с. : ил. – (Классики науки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427120> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

Дополнительная литература:

4.а. Делоне, Б.Н. Sur la partition régulière de l'espace à 4 dimensions / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1929. – Ч. 1. – 32 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473769> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

4.б. Делоне, Б.Н. Sur la partition régulière de l'espace à 4 dimensions / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1929. – Ч. 2. – 26 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473770> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

5.а. Делоне, Б.Н. Sur la généralisation de la théorie des paralléloèdres / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1933. – 6 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471615> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

5.б. Делоне, Б.Н. Sur la sphère vide / Б.Н. Делоне. – Москва ; Ленинград : Издательство Академии Наук СССР, 1934. – 8 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471435> (дата обращения: 19.10.2019). – Текст : электронный.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации.



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Автор рабочей программы дисциплины: доцент кафедры математического анализа и геометрии, к.ф.-м.н. Кононенко П.Г.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

«30» августа 2016 г., протокол № 1

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 1 от «31» августа 2017 г.

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 5 от «03» июня 2018 г.

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 1 от «30» августа 2019 г.

Согласовано:

Руководитель ОП Кононенко П.Г. Кононенко
(подпись)