



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра математического анализа и геометрии

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

Н.Г. Косарев Н.Г. Косарев
(подпись)

« 13 » июня 20 18 г.

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы теории функций

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика
Тип образовательной программы:	программа академического бакалавриата



1. Цели освоения дисциплины

В системе подготовки специалистов-математиков теория функций является одной из основных математических дисциплин.

Программа предусматривает изложение некоторых важнейших теорем и понятий теории функций, в частности, теории тригонометрических и ортогональных рядов, а также построение некоторых важных примеров функций, существенных для понимания теории функций.

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно знания математического анализа в стандартном университетском объеме и основных понятий функционального анализа.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Вариативная часть.

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа и алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа и алгебры.

Уметь: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа и алгебры.

Владеть: Основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа и алгебры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина (согласно матрице соответствия компетенций и составляющих ОП)

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) общекультурные (ОК): способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональные (ОПК): *ОПК-1,2*.

Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);

способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2).

в) профессиональные (ПК): *ПК-1,2,3*.

Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1);

способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);

способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3).

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (ОПК-1,2; ПК-1,2,3).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач. (ОПК-1,2; ПК-1,2,3).

Владеть: методами, изложенными в курсе (ОПК-1,2; ПК-1,2,3).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 108 зачетных единиц (108 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинар- ского типа	Формы промежуточной аттестации
1	Тема 1. Пример Вейерштрасса непрерывной нигде не дифференцируемой функции. Пример непрерывной функции, у которой нигде нет ни конечной, ни бесконечной производной	8	1	1	Ответ на практическом занятии
2	Тема 2. Категорное доказательство Банаха существования непрерывной нигде не дифференцируемой функции	8	1	1	Ответ на практическом занятии
3	Тема 3. Непрерывная нигде не дифференцируемая функция из класса Гельдера	8	1	1	Ответ на практическом занятии
4	Тема 4. Модуль непрерывности и его свойства. Полиномы Бернштейна. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами	8	1	1	Ответ на практическом занятии
5	Тема 5. Вариация функции и ее свойства. Функции ограниченной вариации. Непрерывные функции ограниченной вариации	8	1	1	Ответ на практическом занятии
6	Тема 6. Теорема Витали о покрытии	8	1	1	Ответ на практическом занятии
7	Тема 7. Теорема Лебега о	8	1	1	Ответ на практическом занятии



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

	дифференцируемости монотонных функции почти всюду				занятия
8	Тема 8. Пример строго монотонной сингулярной функции	8	1	1	Ответ на практическом занятии
9	Тема 9. Теорема Фубини о почленном дифференцировании ряда с монотонными членами. Точки плотности	8	1	1	Ответ на практическом занятии
10	Тема 10. Производная от вариации	8	1	1	Ответ на практическом занятии
11	Тема 11. Индикатриса Банаха. Теорема Банаха	8	1	1	Ответ на практическом занятии
12	Тема 12. Абсолютно непрерывные функции и их свойства. Вариация абсолютно непрерывной функции. Единственность абсолютно непрерывной первообразной	8	1	1	Ответ на практическом занятии
13	Тема 13. Производная неопределенного интеграла от суммируемой функции и его вариация. Интегрирование по частям для интеграла Лебега	8	1	1	<i>Контрольная работа</i>
14	Тема 14. Существование неизмеримого подмножества у множества ненулевой меры. Свойство Н.Н. Лузина. Теорема Банаха-Зарецкого	8	1	1	Ответ на практическом занятии
15	Тема 15. Точки Лебега.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
16	Тема 16. Суммирование рядов. Суммирование тригонометрических рядов методом средних арифметических.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
17	Тема 17. Ортогональные ряды. Неравенство Бесселя.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
18	Тема 18. Тригонометрические ряды Фурье. Формула Дирихле. Теорема Римана-Лебега о стремлении к нулю коэффициентов Фурье.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
19	Тема 19. Теорема Фейера о суммировании тригонометрических рядов Фурье непрерывных функций. Теорема Фейера-Лебега.	8	1	1	Ответ на практическом занятии



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

	Полнота тригонометрической системы				
20	Тема 20. Пространство L^2 и его полнота. Теорема Рисса-Фишера.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
21	Тема 21. Теорема локализации для тригонометрической системы. Признак Дини-Липшица сходимости тригонометрических рядов Фурье. Теорема Дирихле – Жордана о сходимости тригонометрических рядов Фурье.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
22	Тема 22. О рядах Фурье функций ограниченной вариации. Ограниченность частичных сумм. Примеры.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
23	Тема 23. Обобщенное равенство Парсеваля. Почленное интегрирование тригонометрических рядов. Примеры.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
24	Тема 24. Пример Фейера непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.	8	1	1	Ответ на практическом занятии
Итого по дисциплине:			24	24	Зачет

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

Тема 1. Пример Вейерштрасса непрерывной нигде не дифференцируемой функции. Пример непрерывной функции, у которой нигде нет ни конечной, ни бесконечной производной

Тема 2. Категорное доказательство Банаха существования непрерывной нигде не дифференцируемой функции

Тема 3. Непрерывная нигде не дифференцируемая функция из класса Гельдера

Тема 4. Модуль непрерывности и его свойства. Полиномы Бернштейна. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами

Тема 5. Вариация функции и ее свойства. Функции ограниченной вариации. Непрерывные функции ограниченной вариации

Тема 6. Теорема Витали о покрытии

Тема 7. Теорема Лебега о дифференцируемости монотонных функции почти всюду

Тема 8. Пример строго монотонной сингулярной функции

Тема 9. Теорема Фубини о почленном дифференцировании ряда с монотонными членами. Точки плотности

Тема 10. Производная от вариации

Тема 11. Индикатриса Банаха. Теорема Банаха

Тема 12. Абсолютно непрерывные функции и их свойства. Вариация абсолютно непрерывной функции. Единственность абсолютно непрерывной первообразной



Тема 13. Производная неопределенного интеграла от суммируемой функции и его вариация. Интегрирование по частям для интеграла Лебега

Тема 14. Существование неизмеримого подмножества у множества ненулевой меры. Свойство Н.Н. Лузина. Теорема Банаха-Зарецкого

Тема 15. Точки Лебега.

Тема 16. Суммирование рядов. Суммирование тригонометрических рядов методом средних арифметических.

Тема 17. Ортогональные ряды. Неравенство Бесселя.

Тема 18. Тригонометрические ряды Фурье. Формула Дирихле. Теорема Римана-Лебега о стремлении к нулю коэффициентов Фурье.

Тема 19. Теорема Фейера о суммировании тригонометрических рядов Фурье непрерывных функций. Теорема Фейера-Лебега. Полнота тригонометрической системы

Тема 20. Пространство L^2 и его полнота. Теорема Рисса-Фишера.

Тема 21. Теорема локализации для тригонометрической системы. Признак Дини-Липшица сходимости тригонометрических рядов Фурье. Теорема Дирихле –Жордана о сходимости тригонометрических рядов Фурье.

Тема 22. О рядах Фурье функций ограниченной вариации. Ограниченность частичных сумм. Примеры.

Тема 23. Обобщенное равенство Парсеваля. Почленное интегрирование тригонометрических рядов. Примеры.

Тема 24. Пример Фейера непрерывной функции с расходящимся рядом Фурье.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в решении задач.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к РП.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы.

Форма проведения зачета: устная.

Критерий оценки: «зачтено». Знание понятий и теорем курса и умение применить их к решению задач.

Критерий оценки: «не зачтено». Незнание основных понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.

Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Данилин, А.Р. Функциональный анализ : учебное пособие / А.Р. Данилин. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 200 с.
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239528&sr=1>



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (дата обращения: 27.11.2019). – ISBN 978-5-9221-0266-7. – Текст : электронный.
3. Асташова, И.В. Функциональный анализ. Учебно-методический комплекс / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Евразийский открытый институт, 2011. - 110 с. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90883&sr=1>
4. Функциональный анализ : методические указания и задачи для самостоятельного решения для студентов математического факультета по теме "Измеримые функции и интеграл Лебега" / Иван. гос. ун-т ; сост. Г. П. Муравьева .— Иваново : ИвГУ, 2000 .— 32 с.

Дополнительная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - М. : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122>

Интернет-ресурсы:

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения.

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.



Основная профессиональная образовательная программа
01.03.01 Математика
(Математика)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: Белов А.С., профессор, доцент, д.ф.-м.н.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа и геометрии

«20» августа 20 16 г., протокол № 1

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № 1 от «31» августа 20 17 г.

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № 5 от «3» июня 20 18 г.

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № 1 от «30» августа 20 19 г..

Согласовано:

Руководитель ОП П.Г. Кононенко П.Г. Кононенко
(подпись)