



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 Е.В.Ерёмина  
(подпись)

« 1 » сентября 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дополнительные главы математического анализа

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика



## **1. Цели освоения дисциплины**

Изучение фундаментальных понятий, методов математического анализа, приобретение навыков их применения. Интеллектуальное развитие студентов, формирование уровня абстрактного и логического мышления, необходимого для освоения последующих дисциплин ОП, формирование представлений о математическом анализе как форме описания и методе познания действительности, об особенностях аналитических методов исследования.

## **2. Место дисциплины в структуре ОП**

Дисциплина входит в часть ОП, формируемую участниками образовательных отношений. Для успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате изучения следующих дисциплин: практикум по элементарной математике; математический анализ, алгебра и геометрия.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: элементарные функции, их свойства; базовые понятия и определения математического анализа.

Уметь: решать уравнения и неравенства; строить графики элементарных функций.

Иметь навыки: владения основами техники вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования; элементарными навыками строгих математических рассуждений.

Освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее для следующих дисциплин и практик: дополнительные главы функционального анализа; математические методы в естествознании; теоретическая механика; теория вероятностей и математическая статистика; численные методы.

## **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

### **3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина**

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ПК-1 Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания в области фундаментальной, прикладной математики и (или) основ информационных технологий.

### **3.2. Перечень планируемых результатов обучения дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: понятия и объекты математического анализа, их определения и свойства, логическую взаимосвязь, алгоритмы решения базовых задач дисциплины, основные теоремы и методы их доказательства.

Уметь: грамотно пользоваться  $\varepsilon - \delta$  языком, корректно формулировать и строго доказывать утверждения и теоремы дисциплины, формулировать результат и увидеть следствия полученного результата, самостоятельно и математически корректно ставить простейшие прикладные задачи и применять знания теоретических основ дисциплины для их решения.

Иметь навыки: аналитических и вычислительных умений, способности сводить решение задачи к использованию типовых методов, владения методами математического моделирования простейших прикладных задач.

## **4. Объем и содержание дисциплины**

Объем дисциплины составляет 10 зачетных единиц (360 академических часов).



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

#### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах)		Формы текущего контроля успеваемости Формы промежуточной аттестации
			Лекции	Семинары	
1.	Действительные числа	3	2	3	Опорный конспект
2.	Числовые последовательности	3	5	5	Опорный конспект
3.	Предел и непрерывность функции	3	7	5	Опорный конспект
4.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	3	8	5	Опорный конспект
5.	Неопределенный интеграл	3	4	4	Опорный конспект
6.	Определенный интеграл и его приложения	3	6	6	Опорный конспект
7.	Несобственный интеграл	3	4	4	Опорный конспект
Итого за семестр:			36	32	Экзамен
8.	Функции нескольких переменных	4	6	6	Опорный конспект
9.	Числовые и функциональные ряды	4	8	8	Опорный конспект
10.	Кратные интегралы	4	4	4	Опорный конспект
11.	Криволинейные интегралы и поверхностные интегралы	4	4	4	Опорный конспект
12.	Интегралы, зависящие от параметра	4	6	4	Опорный конспект
13.	Ряды Фурье	4	6	4	Опорный конспект
Итого за семестр:			34	30	Экзамен
Итого по дисциплине:			70	62	

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам

**1. Действительные числа.** Система аксиом, описывающая множество действительных чисел, следствия из аксиом, аксиома полноты и существование верхней грани, важнейшие подмножества множества действительных чисел, принцип Архимеда, геометрическая интерпретация множества действительных чисел, понятие об аксиоматическом методе, дальнейшие следствия из аксиомы полноты: принцип вложенных отрезков, принцип Бореля-Лебега, принцип Вейерштрасса.

**2. Числовые последовательности.** Определение, способы задания, виды последовательностей, предел последовательности, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, общие и арифметические свойства сходящихся последовательностей, переход к пределу в неравенствах, вопросы существования предела последовательности, число  $e$ , подпоследовательности, частичный, верхний и нижний пределы последовательности.

**3. Предел и непрерывность функции.** Определения предела функции в точке, на бесконечности по Коши и по Гейне, их эквивалентность, примеры, общие свойства, предельный переход и арифметические операции, предельный переход в неравенствах, первый замечательный предел (вывод), вопросы существования предела функций, предел композиции функций, второй замечательный предел (вывод), правый и левый пределы функций, предел монотонной функции, сравнение асимптотического поведения функций. Понятие непрерывности функции в точке и на



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

множестве, односторонняя непрерывность, классификация точек разрыва, локальные свойства непрерывных функций, свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора, существование и непрерывность обратной функции, определение показательной и логарифмической функций, обратных тригонометрических функций.

**4. Производная и дифференциал функции.** Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, геометрический смысл производной и дифференциала, связь между дифференцируемостью и непрерывностью, основные правила дифференцирования (вывод формул), производная сложной и обратной функции (вывод формул), производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница, основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши), формула Тейлора, правило Лопиталя (доказательство теорем). Возрастание и убывание функции (достаточные условия), экстремумы (необходимое и достаточные условия), выпуклость (достаточное условие строгой выпуклости), точки перегиба, асимптоты; примеры задач, решаемых методами дифференциального исчисления.

**5. Неопределенный интеграл.** Представление правильной рациональной дроби в виде суммы простейших дробей, интегрирование рациональных функций, метод Остроградского, подстановки Эйлера, интегрирование дифференциальных биномов, интегрирование некоторых тригонометрических выражений, интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

**6. Определенный интеграл и его приложения.** Понятие интеграла Римана, необходимое условие интегрируемости, суммы Дарбу, верхний и нижний интегралы, критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций, свойства определенного интеграла, теоремы о среднем, интеграл с верхним переменным пределом, существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям, замена переменной в определенном интеграле. Понятие площади, квадратуемость плоской области, площадь криволинейной трапеции. Понятие объема, кубируемость пространственной области, объем тела вращения. Кривые на плоскости и в пространстве, спрямляемые кривые, длина гладкой кривой.

**7. Несобственный интеграл.** Несобственный интеграл, определенный на бесконечном промежутке, его свойства, несобственный интеграл от неограниченной функции, вычисление несобственных интегралов методами замены переменной и «по частям», абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов, признаки сходимости.

**8. Функции нескольких переменных.**  $m$  - мерное евклидово пространство, открытые и замкнутые множества в пространстве  $R^m$ , компактность, связность, сходящиеся последовательности в  $R^m$  и их свойства. Предел функции  $m$  переменных в точке и на бесконечности, свойства функций, имеющих предел; непрерывность, свойства функций, непрерывных на компактных и связных подмножествах  $R^m$ . Необходимые и достаточные условия дифференцируемости, касательная плоскость и нормаль к поверхности, дифференцирование сложных функций, инвариантность формы первого дифференциала, свойства дифференциала функции, производная по направлению, градиент, производные и дифференциалы высших порядков, теорема Шварца о совпадении смешанных производных, формула Тейлора (вывод), теоремы о необходимом и достаточных условиях локального экстремума. Теорема о неявной функции для зависимости  $F(x,y)=0$  общий случай теоремы о неявной функции, теорема об обратном отображении, зависимость функций, условный экстремум, замена переменных в выражениях, содержащих производные.

**9. Числовые и функциональные ряды.** Понятие числового ряда и его суммы. Необходимое условие сходимости, критерий Коши. Доказательство признаков сходимости для рядов постоянного знака: признаки сравнения, Даламбера, Коши, логарифмический признак, признак Раабе, интегральный признак. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость, признак Лейбница, преобразование Абеля и его применение к рядам, операции над рядами, группировка членов ряда, перестановка членов ряда, теорема Римана. Функциональные последовательности и ря-



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

ды. Сходимость в точке и равномерная сходимость на множестве. Признаки равномерной сходимости, теорема о предельном переходе, теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании равномерно сходящихся последовательностей и рядов; степенные ряды, область сходимости, теоремы об отыскании радиуса сходимости степенного ряда, непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов, ряд Тейлора, теорема единственности, формы записи остаточного члена, достаточное условие представления функции рядом Тейлора, разложение элементарных функций в степенные ряды, оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене функции многочленом.

**10. Кратные интегралы.** Определение и условия существования двойного интеграла по квадрату области, критерий Дарбу, критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций, общие свойства интеграла, сведение двойного интеграла к повторному, тройные интегралы, замена переменных в кратном интеграле, кратные несобственные интегралы.

**11. Криволинейные и поверхностные интегралы.** Понятие криволинейного интеграла 1 рода по кусочно-гладкой кривой, его свойства, сведение к определенному интегралу Римана. Направление на кривой, определение и свойства криволинейного интеграла 2 рода, сведение к определенному интегралу, условия независимости криволинейного интеграла от формы пути; выражение площади плоской области через криволинейный интеграл, формула Грина, связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода. Площадь кусочно-гладкой поверхности, поверхностный интеграл 1 рода, его свойства, сведение к двойному интегралу. Двусторонние поверхности, ориентация поверхности, определение и свойства поверхностного интеграла 2 рода, сведение к двойному интегралу, связь с поверхностным интегралом 1 рода. Доказательство теорем Остроградского и Стокса.

**12. Интегралы, зависящие от параметра.** Равномерно сходящиеся на множестве семейства функций; понятие интеграла, зависящего от параметра, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра, предельный переход под знаком интеграла, зависящего от параметра, дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру, применение к вычислению некоторых интегралов: функции, определяемые с помощью интегралов, бета и гамма-функции Эйлера.

**13. Ряды Фурье.** Ортогональные системы функций, тригонометрическая система, ряд Фурье, замкнутые и полные ортонормированные системы функций, замкнутость тригонометрической системы функций и следствия из нее. Простейшие условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования ряда Фурье, представления для частичной суммы тригонометрического ряда Фурье, признаки сходимости ряда Фурье в точке, принцип локализации Римана, неравенство Бесселя, достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье. Разложение в равномерно сходящийся ряд Фурье кусочно-линейной  $2\pi$  – периодической функции. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

**5. Образовательные технологии:** смешанного обучения, рейтинговая и информационная.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Неотъемлемой частью процесса освоения дисциплины является самостоятельная работа студентов. Она состоит из подготовки к лекциям, практическим занятиям и экзаменам. Подготовка к занятиям лекционного типа включает изучение основной и дополнительной литературы по тематике предстоящей лекции, а также повторение материала, разобранный на предыдущих лекциях, выполнение заданий, предложенных преподавателем на лекции в качестве самостоятельной работы. Подготовка к практическим занятиям включает выполнение домашней работы,



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

возможно, дополнительных индивидуальных заданий, повторение необходимого теоретического материала. Тематический план изучения дисциплины представлен в таблице 4.1. В Приложении 1 к РП даны методические указания по организации самостоятельной работы студентов. Приложения размещены в разделе «учебные материалы» к образовательной программе в системе ЭИОС.

**7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Для проведения текущего контроля успеваемости используются устный опрос.

Форма проведения экзамена: смешанная с использованием накопительной рейтинговой оценки. Итоговая оценка складывается из двух частей: средней оценки за устные ответы в течение семестра (30%) и экзаменационной оценки (70%) и округляется в пользу студента. Вопросы и задачи к экзамену представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

Итоговая оценка по дисциплине выводится как средняя семестровых оценок за два семестра.

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4. То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82814/>

2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1. То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82818/>

3. Сборник задач по математическому анализу: Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 1. Предел. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0, 978-5-9221-0305-3. То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.biblioclub.ru/book/83187/>

4. Сборник задач по математическому анализу. Ряды: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2009. - Т. 2. Интегралы. - 503 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7. То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82820>

5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, Д.Н. Дубакин, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд. перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2003. - Т. 3. Функции нескольких переменных. - 469 с. - ISBN 5-9221-0308-3. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83191>

6. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.- 10 изд., испр. – М.: Наука, 1990. - 624 с.

Дополнительная литература:

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686>

2. Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225>



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0. То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037>

4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд. - Москва: Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8. То же [Электронный ресурс].

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>

5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва: Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2. То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>

6. Гусак, А.А. Математический анализ и дифференциальные уравнения: справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак. - Изд. 3-е, стер. - Минск: ТетраСистемс, 2003. - 416 с. - ISBN 985-470-120-4.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://www.math24.ru/index.html>

<http://old.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ma/examples.asp>

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);

<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ LibreOffice, интернет-браузер Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации:

электронное пособие: конспект лекций;



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика)

---

**Автор рабочей программы дисциплины:** старший преподаватель кафедры фундаментальной математики Шмелева А.Ф.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики «31» августа 2021 г., протокол № 1

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_1\_\_ от «\_1\_» \_сентября\_\_\_\_\_2023\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_  Еремина Е.В.  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Еремина Е.В.  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_20\_\_ г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Еремина Е.В.  
(подпись)