



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

(подпись)

Д.Н. Азаров

« 01 » сентября 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

Современная теория групп

Уровень высшего образования:	магистратура
Квалификация выпускника:	магистр
Направление подготовки:	01.04.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Фундаментальная математика

Иваново



1. Цели освоения дисциплины «Основы теории групп»:

-получение студентами базовых знаний по некоторым специальным вопросам теории групп (конечнопорожденные абелевы группы, конечные группы, группы автоморфизмов и расщепляемые расширения, субнормальные ряды, разрешимые группы);

-формирование у студентов общей математической культуры, в том числе способности к осмысленному восприятию и воспроизведению абстрактных определений, теорем и их доказательств, а также способности к самостоятельным абстрактным математическим рассуждениям;

-формирование у студентов навыков научно-исследовательской работы (способности самостоятельно доказывать простые утверждения, выдвигать гипотезы, подтверждать или опровергать их, развивать математическую интуицию).

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Современная теория групп» относится к обязательной части ОП.

Дисциплина «Современная теория групп» продолжает «алгебраический цикл» образовательной программы магистратуры и способствует научной работе студентов в рамках выполнения НИР и написания квалификационных работ по алгебраической тематике. На этой дисциплине основаны многие дисциплины алгебраического цикла для аспирантов, работающих по научной специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Дисциплина «Современная теория групп» опирается на предшествующую дисциплину «Основы теории групп» и в некоторой степени опирается на бакалаврскую дисциплину «Алгебра», а также на другие бакалаврские дисциплины алгебраического цикла по направлениям «Математика» и «Математика и компьютерные науки».

Для успешного изучения дисциплины «Основы теории групп» необходимы «входные» знания и умения в области математики, полученные в процессе обучения по программе магистратуры, в том числе обучающийся должен

знать теорию групп в объеме магистерской дисциплины «Основы теории групп»,

уметь работать с абстрактными алгебраическими системами,

иметь навыки математических рассуждений, достаточный уровень математической культуры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

Учебным планом при освоении данной дисциплины предусмотрено формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

- профессиональные (ПК):

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия и классические результаты (теоремы) с доказательствами по следующим вопросам теории групп – конечнопорожденные абелевы группы, конечные группы, группы автоморфизмов, субнормальные ряды, разрешимые и полициклические группы (ОПК-1.1).



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Уметь: осмысленно воспринимать и воспроизводить абстрактные определения, теоремы и доказательства, логически мыслить, самостоятельно рассуждать и доказывать простые утверждения в области теории групп, устанавливать логические связи между понятиями, корректно формулировать и осмысленно решать учебные задачи теоретического характера, а также задачи, связанные с конкретными примерами групп (ОПК-1.2).

Владеть: достаточным уровнем математической культуры, навыками самостоятельной исследовательской работы в области теории групп на основе глубоких знаний и постоянных размышлений над теоретико-групповой задачей (или проблемой), определенным уровнем математической интуиции, достаточным уровнем информационной и библиографической культуры в процессе поиска необходимой информации (ОПК-1.3).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

№ п/ п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак.часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинар- ского типа	
1	Прямые произведения групп	2	2	2	Экзамен
2	Конечнопорожденные абелевы группы	2	2	2	
3	Центр и коммутант группы	2	2	2	
4	Сопряженные элементы и подгруппы. Действие группы на множестве	2	2	2	
5	Конечные группы	2	2	2	
6	Автоморфизмы и эндоморфизмы групп	2	2	2	
7	Расщепляемые расширения групп	2	2	2	
8	Нормальные и субнормальные ряды. Разрешимые и полициклические группы	2	2	2	
Итого по дисциплине			16	16	

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

Тема 1. Прямые произведения групп. Внешнее и внутреннее прямое произведение конечного числа групп. Связь между этими понятиями и их обобщение на случай бесконечного числа групп. Теорема Ремака. Неразложимые группы. Разложение периодической абелевой группы в прямое произведение примарных компонент.

Тема 2. Строение конечно порождённой абелевой группы. Теорема о строении конечной абелевой группы и её следствие – теорема о цикличности мультипликативной группы конечного поля. Теорема о строении конечно порождённой абелевой группы. Свободные абелевы группы.

Тема 3. Центр группы и коммутант группы, классы сопряжённости. Коммутант и центр группы, их вычисление в симметрической и знакопеременной группе, а также в матричных группах. Классы сопряжённости. Описание классов сопряжённости в группах подстановок. Централизатор элемента группы и совпадение его индекса в данной группе с мощностью класса сопряжённости, содержащего этот элемент. Совпадение порядка конечной неабелевой группы с суммой порядка её центра и индексов некоторых её собственных подгрупп. Необратимость теоремы Лагранжа о конечных группах. Теорема Силова о существовании в конечной группе подгрупп примарных порядков. Нетривиальность центра конечной p -группы. Описание конечных групп малых порядков.

Тема 4. Сопряженные подмножества и подгруппы, действие группы на множестве. Сопряжённые подмножества и подгруппы. Нормализатор подмножества. Совпадение числа всех



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

подмножеств группы G , сопряжённых с подмножеством M , и индексом нормализатора подмножества M в группе G . Действие группы на множестве и сопровождающий гомоморфизм. Примеры действий – действие сопряжениями и правыми сдвигами. Орбиты и стабилизаторы. Транзитивные действия. Совпадение мощности орбиты с индексом стабилизатора любого элемента этой орбиты. Теорема М. Холла о конечности числа подгрупп данного конечного индекса в конечно порождённой группе.

Тема 5. Конечные группы. Первая, вторая и третья теоремы Силова, понятие силовой p -подгруппы конечной группы. Примеры конечных простых групп и теорема Галуа.

Тема 6. Автоморфизмы и эндоморфизмы групп. Группа автоморфизмов группы. Группа внутренних автоморфизмов группы G как нормальная подгруппа в группе автоморфизмов группы G . Изоморфизм между группой внутренних автоморфизмов группы G и фактор-группой группы G по её центру. Совершенные группы и теорема Гёльдера. Эндоморфизмы групп. Кольцо эндоморфизмов абелевой группы. Характеристические и вполне характеристические подгруппы. Простые свойства характеристических подгрупп. Гомоморфизм индуцирования группы автоморфизмов группы G в группу автоморфизмов фактор-группы группы G по её характеристической подгруппе.

Тема 7. Расщепляемые расширения групп. Понятие расширения. Расщепляемое расширение группы и сопровождающий гомоморфизм. Задание расщепляемого расширения с помощью сопровождающего гомоморфизма. Голоморф. Расщепляемость расширения с помощью бесконечной циклической группы. Описание всех конечных групп, порядки которых раскладываются в произведение двух простых чисел.

Тема 8. Нормальные и субнормальные ряды, разрешимые и полициклические группы. Нормальные и субнормальные ряды в группах. Переход от нормального (субнормального) ряда в группе к соответствующему ряду на подгруппе и на фактор-группе. Уплотнения рядов. Теоремы Шрейера и Жордана – Гёльдера об уплотнениях. Разрешимые группы их равносильные определения и простые свойства. Полициклические группы, их свойства. Ранг Гирша полициклической группы. Полициклические группы как разрешимые группы с условием максимальности для подгрупп

5. Образовательные технологии

Технология проблемного обучения – демонстрация на лекциях и практических занятиях проблемных ситуаций. Проблемы учебного характера как правило формулируются в виде задач и решаются студентами самостоятельно и на практических занятиях под руководством и при поддержке преподавателя. Решение каждой задачи – это не только формулы; оно должно иметь четкую логическую структуру, содержать необходимые доказательства, пояснения, комментарии, ссылки на теоретические факты.

Информационные технологии: технологии смешанного обучения, использование компьютерных презентаций, обеспечение студентов текстами лекций в электронной форме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: еженедельная работа с рукописными и электронными конспектами лекций (материалы выдаются студентам по мере необходимости), изучение литературы указанной в разделе 8 рабочей программы, выполнение домашних заданий (задания выдаются на каждом практическом занятии, и, при необходимости, в системе электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>), подготовка к решению задач, предлагаемых на экзамене (разработаны комплекты типовых задач), подготовка к экзаменам (вопросы и другие материалы для сдачи экзаменов доступны каждому студенту как в бумажном виде (в ауд. 326 первого уч. корпуса) так



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

и в системе «Мой университет»). Методические пособия по данному курсу находятся в библиотечных фондах ИвГУ, их выходные данные представлены в **приложениях** к рабочей программе. Там же представлены и другие методические материалы по данной дисциплине.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Итоговой формой контроля является устный экзамен. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. Кроме того, студенту выдается задача. Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно следующим образом.

Критерии и шкала оценки ответа на экзаменационный вопрос.

Если студент демонстрирует знание основных понятий и классических результатов алгебры, входящих в программу экзамена, то оценка должна быть положительной.

Если наряду с перечисленным выше студент осмысленно воспроизводит доказательства математических теорем, четко и аккуратно формулирует математические высказывания, демонстрирует глубокие знания и достаточный уровень математической культуры, то ему выставляется либо оценка «хорошо» либо оценка «отлично».

Если наряду с перечисленным выше студент умеет самостоятельно доказывать математические теоремы на основе глубоких знаний и математической интуиции, способен к научной дискуссии и к самостоятельной исследовательской деятельности в области математики, то ему выставляется оценка «отлично».

Критерии и шкала оценки решения задачи:

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент знает подходы и методы решения предложенной ему задачи, но в процессе решения допустил существенную вычислительную или логическую ошибку.

Оценка «хорошо» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа), но решение сделано по «формальной схеме» и не подкрепляется глубокими знаниями.

Оценка «отлично» ставится, если задача решена правильно (или с незначительной ошибкой, которую студент самостоятельно устранил по ходу ответа) и при этом решение задачи подкрепляется глубокими знаниями и высоким уровнем математической культуры.

Критерии и шкала итоговой оценки на экзамене.

В качестве итоговой оценки берется результат округления среднего значения следующих трех показателей: оценка ответа на первый экзаменационный вопрос, оценка ответа на второй экзаменационный вопрос, оценка решения задачи.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

Дополнительная литература:



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

1. Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование: доска, проектор для презентаций.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: профессор кафедры алгебры и математической логики ИвГУ, доктор физико-математических наук Азаров Дмитрий Николаевич

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики «1» сентября 2022 г., протокол № 1

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров

(подпись)

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров

(подпись)

Программа обновлена



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров
(подпись)