



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

(подпись)

Д.Н. Азаров

« 01 » сентября 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Избранные вопросы математического анализа и геометрии

Уровень высшего образования:	магистратура
Квалификация выпускника:	магистр
Направление подготовки:	01.04.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Фундаментальная математика

Иваново



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

1. Цели освоения дисциплины

Вероятностные методы в математике занимают существенное место и иногда являются единственными методами, дающими подход к решению задачи. Поэтому их изучение и освоение важно для магистра – математика.

Программа предусматривает изложение основных понятий и принципов вероятностного подхода в объеме вводного курса. Предварительно излагаются или напоминаются основные понятия из теории функций, теории нормированных и гильбертовых пространств, пространств суммируемых функций и теории вероятностей, которые важны для изложения программы. Затем естественным образом осуществляется переход к изучению системы Радемахера и излагаются примеры применения вероятностных методов в теории функций.

Для понимания и успешного усвоения программы достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, топологии, функционального анализа, теории вероятностей и линейной алгебры.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина входит в часть образовательной программы, формируемую участниками образовательных отношений.

Для понимания и успешного усвоения программы достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, топологии, функционального анализа, теории вероятностей и линейной алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

Уметь: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

Владеть: Основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и линейной алгебры.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ПК-3 Способен выявлять актуальные научные проблемы в области фундаментальной и прикладной математики и компьютерных наук, разрабатывать подходы к их решению

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (ПК-3).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач.(ПК-3).

Владеть: методами, изложенными в курсе (ПК-3).

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц (108 академических часов)

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	
1	Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
2	Ортогональные ряды в пространстве квадратично суммируемых функций. Система Радемахера.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
3	Тригонометрическая система. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
	Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
5	Независимость функций Радемахера.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

	Закон нуля и единицы.				и определений. Ответ на практическом занятии.
6	Сходимость почти всюду рядов Радемахера	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
7	Неравенство Хинчина. Сходимость в среднем рядов Радемахера.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
8	Расходимость и несуммируемость почти всюду рядов Радемахера.	3	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
9	Теорема Фубини. Теорема Пэли-Зигмунда о сходимости случайных тригонометрических рядов.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
10	Теорема Пэли-Зигмунда о расходимости и несуммируемости случайных тригонометрических рядов.	4	1ч.	1 ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
11	Об оценке суммы ряда Радемахера на множестве положительной меры.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
12	Об аналитической непродолжаемости случайных степенных рядов.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
13	Оценки случайных тригонометрических полиномов.	4	0,5ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
14	Равномерная сходимость случайных тригонометрических рядов.	4	0,5ч.	0,5ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

					Ответ на практическом занятии.
15	Неравенство П. Леви для системы функций Радемахера.	4	0,5ч.	0,5ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
16	Оценка мажоранты частных сумм ряда по системе Радемахера.	4	0,5ч.	0,5ч.	Контрольная работа.
17	Сходимость по мере. Сходимость по мере случайных функциональных рядов.	4	1ч.	0,5ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
18	Сходимость в среднем случайных функциональных рядов.	4	1ч.	1ч.	Выборочный опрос введенных понятий и определений. Ответ на практическом занятии.
Итого по дисциплине:			16	16	Экзамен

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

Раздел 1. Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.

Ортогональные ряды в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера. Существование полной ортонормированной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.

Раздел 2. Ортогональные ряды в пространстве квадратично суммируемых функций. Система Радемахера.

Ортогональные ряды в пространстве L^2 . Определение система Радемахера и ее свойства. Система Уолша. Определение система Уолша. Полнота система Уолша.

Раздел 3. Тригонометрическая система. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы.

Определение тригонометрической системы. Интегралы Дирихле и Фейера. Теорема Лебега-Фейера. Полнота тригонометрической системы. Примеры.

Раздел 4. Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Подход Штейнгауза к теории вероятностей. Независимость. Лемма Бореля-Кантелли. Теорема о случайных интервалах и ее доказательство.

Раздел 5. Независимость функций Радемахера. Закон нуля и единицы.

Последовательность Радемахера как последовательность независимых случайных величин. Последовательность Штейнгауза. Закон нуля и единицы. Закон нуля и единицы для системы Радемахера. Закон нуля и единицы в общем виде.

Раздел 6. Сходимость почти всюду рядов Радемахера.

Сходимость почти всюду рядов Радемахера. Условие сходимости почти всюду рядов Радемахера.

Раздел 7. Неравенство Хинчина. Сходимость в среднем рядов Радемахера.

Доказательство неравенства Хинчина. Сходимость в среднем. Доказательство теоремы о сходимости в среднем рядов Радемахера.

Раздел 8. Расходимость и несуммируемость почти всюду рядов Радемахера.

Условие расходимости почти всюду рядов Радемахера. Об условии несуммируемости почти всюду рядов Радемахера.

Раздел 9. Теорема Фубини. Теорема Пэли-Зигмунда о сходимости случайных тригонометрических рядов.

Раздел 10. Теорема Пэли-Зигмунда о расходимости и несуммируемости случайных тригонометрических рядов.

Раздел 11. Об оценке суммы ряда Радемахера на множестве положительной меры.

Раздел 12. Об аналитической непродолжаемости случайных степенных рядов.

Раздел 13. Оценки случайных тригонометрических полиномов.

Раздел 14. Равномерная сходимость случайных тригонометрических рядов.

Раздел 15. Неравенство П. Леви для системы функций Радемахера.

Раздел 16. Оценка мажоранты частных сумм ряда по системе Радемахера.

Раздел 17. Сходимость по мере. Сходимость по мере случайных функциональных рядов.

Раздел 18. Сходимость в среднем случайных функциональных рядов.



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

5. Образовательные технологии

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в решении задач.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к РП.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы. Экзамен.

Форма проведения экзамена: устная.

Критерий оценки: *«отлично»*.

Оценка *«отлично»* выставляется студенту, если продемонстрировано знание понятий и теорем курса и умение творчески применять их к решению задач.

Критерий оценки: *«хорошо»*.

Оценка *«хорошо»* выставляется студенту, если продемонстрировано знание основных понятий и теорем курса и умение применять их к решению простых задач.

Критерий оценки: *«удовлетворительно»*.

Оценка *«удовлетворительно»* выставляется студенту, если продемонстрировано незнание некоторых основных понятий и теорем курса.

Критерий оценки: *«неудовлетворительно»*.

Оценка *«неудовлетворительно»* выставляется студенту, если продемонстрировано незнание понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.

Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). -



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

ISBN 978-5-9221-0902-4. То же [Электронный ресурс]. -
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686>

2. Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8. То же [Электронный ресурс]. -
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225>

3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0. То же [Электронный ресурс]. -
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037>

4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринский. - 8-е изд. - Москва: Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8. То же [Электронный ресурс]. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>

5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва: Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>

Дополнительная литература:

1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4. То же [Электронный ресурс]. -
URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82814/>

2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82818/>

3. Сборник задач по математическому анализу: Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2010. - Т. 1. Предел. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0, 978-5-9221-0305-3. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/83187/>

4. Сборник задач по математическому анализу. Ряды: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2009. - Т. 2. Интегралы. - 503 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82820>

5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, Д.Н. Дубакин, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд. перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2003. - Т. 3. Функции нескольких переменных. - 469 с. - ISBN 5-9221-0308-3. То же [Электронный ресурс]. -
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83191>

6. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. - Режим доступа: по подписке. -
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722>



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Интернет-ресурсы:

В локальной сети ИвГУ, по адресу **http://10.1.1.39/**
доступны электронные варианты учебников и учебных пособий.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;
- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, выполнения курсовых работ (проектов) с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения (*последнее выбирается при наличии курсовой работы (проекта) по дисциплине*).

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации:



Основная профессиональная образовательная программа
01.04.01 Математика
(Фундаментальная математика)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: Белов А.С., профессор, доцент, д.ф.-м.н.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики
«1» сентября 2022г., протокол № 1

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ Д.Н. Азаров
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от « ____ » _____ 20 ____ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от « ____ » _____ 20 ____ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____
(подпись)