



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальной математики

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

 Ю.А. Хашина

(подпись)

«\_1\_» сентября\_2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика, алгоритмы и анализ данных

Иваново



## **1. Цели освоения дисциплины**

Программа предусматривает изложение основных понятий, теорем и принципов теории вероятностей и математической статистики в объеме традиционного вводного университетского курса на основе аксиоматики А.Н. Колмогорова, что соответствует требованиям к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по специальности. Излагаются основные понятия и теоремы теории вероятностей и математической статистики, случайные величины, числовые характеристики случайных величин, предельные теоремы, а также их приложение к изучению статистических моделей.

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

## **2. Место дисциплины в структуре ОП**

Для понимания и успешного усвоения курса достаточно, чтобы студент владел основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: Основные понятия теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Уметь: Пользоваться основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

Владеть: Основными понятиями теории множеств, математического анализа, функционального анализа, теории функций комплексного переменного и алгебры.

## **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

**3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина** *(согласно матрице соответствия компетенций и составляющих ОП)*

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности



### 3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: введенные в курсе понятия и соответствующие теоремы (ОПК-1).

Уметь: применять доказанные теоремы и изученные методы к решению задач.  
(ОПК-1).

Владеть: методами, изложенными в курсе (ОПК-1).

### 4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы (144 академических часов).

#### 4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)  Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекцион- ного типа	Занятия семинар- ского типа	
1	<b>Тема 1.</b> Случайные события и операции над ними. Статистическое понятие вероятности. Свойства вероятности.	5	2	1	Ответ на практическом занятии
2	<b>Тема 2.</b> Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Элементы комбинаторики.	5	2	3	Ответ на практическом занятии
3	<b>Тема 3.</b> Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей.	5	2	1	Ответ на практическом занятии
4	<b>Тема 4.</b> Условная вероятность. Независимость событий.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
5	<b>Тема 5.</b> Последовательности	5	2	2	Ответ на практическом занятии



	испытаний. <b>Предельные</b> теоремы.				
6	<b>Тема 6.</b> Случайные величины и операции над ними. Типы случайных величин. Примеры.	5	2	2	Контрольная работа
7	<b>Тема 7.</b> Случайные векторы. Независимые случайные величины.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
8	<b>Тема 8.</b> Числовые характеристики случайных величин.	5	4	3	Ответ на практическом занятии
9	<b>Тема 9.</b> Ковариация и ее свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
10	<b>Тема 10.</b> Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
11	<b>Тема 11.</b> Характеристическая функция и ее свойства. Центральная предельная теорема.	5	4	2	Ответ на практическом занятии
12	<b>Тема 12.</b> Выборка. Выборочное пространство. Порядковые статистики. Типы статистических моделей. Выборочные числовые характеристики.	5	2	2	Контрольная работа
13	<b>Тема 13.</b> Теория оценок. Неравенство Рао- Крамера.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
14	<b>Тема 14.</b> Методы нахождения оценок.	5	2	2	Ответ на практическом занятии



15	<b>Тема 15.</b> Доверительные интервалы для параметров.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
16	<b>Тема 16.</b> Статистическая проверка гипотез.	5	2	2	Ответ на практическом занятии
Итого по дисциплине:			36	32	Экзамен

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

**Тема 1. Случайные события и операции над ними. Статистическое понятие вероятности. Свойства вероятности.**

1. Понятие случайного события. Операции над случайными событиями. Элементарные случайные события (исходы). Пространство элементарных событий. Событие, как подмножество пространства элементарных событий. Поле и борелевское поле событий.

2. Частота. Устойчивость частот. Статистическое понятие вероятности. Закон сложения. Условная вероятность. Закон умножения. Свойства вероятности.

**Тема 2. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Элементы комбинаторики.**

3. Вероятностное пространство с конечным или счетным множеством исходов. Классическая вероятностная модель. Равновозможные события. Классическое определение вероятности.

4. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания. Выборка без возвращения.

5. Выборка с возвращением. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями.

6. Гипергеометрическое распределение. Примеры.

**Тема 3. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей.**

7. Вероятностное пространство. Аксиомы математической теории вероятностей. Вероятностное пространство как математическая модель случайного эксперимента. Свойства вероятности.

8. Геометрические вероятности. Теорема Каратеодори о продолжении меры.

**Тема 4. Условная вероятность. Независимость событий.**



9. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

10. Независимость событий. Пример С.Н. Бернштейна.

**Тема 5. Последовательности испытаний. Предельные теоремы.**

11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.

12. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Закон больших чисел Бернулли. Применения интегральной предельной теоремы Муавра-Лапласа.

13. Предельная теорема Пуассона.

**Тема 6. Случайные величины и операции над ними. Типы случайных величин. Примеры.**

14. Случайные величины и операции над ними. Функция распределения случайной величины. Типы случайных величин. Биномиальное, Пуассона, равномерное и нормальное распределения.

**Тема 7. Случайные векторы. Независимые случайные величины.**

15. Случайные векторы. Многомерные функции распределения. Независимые случайные величины. Функция распределения суммы независимых случайных величин.

**Тема 8. Числовые характеристики случайных величин.**

16. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. Примеры.

17. Интегрируемые случайные величины. Математическое ожидание интегрируемой случайной величины и его свойства. Математическое ожидание функции от случайной величины. Примеры.

18. Сходимость почти наверное. Сходимость по вероятности. Теорема о монотонной сходимости.

**Тема 9. Ковариация и ее свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин.**

19. Математическое ожидание от произведения независимых случайных величин.

20. Моменты. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Примеры.

21. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции.

**Тема 10. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.**



22. Неравенство Чебышева и его следствия. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Усиленный закон больших чисел.

**Тема 11. Характеристическая функция и ее свойства. Центральная предельная теорема.**

23. Характеристическая функция. Определение и примеры.

24. Свойства характеристической функции. Характеристическая функция суммы независимых случайных величин. Формула обращения (без доказательства). Теорема единственности.

25. Слабая сходимость распределений. Теорема непрерывности. Связь между слабой и равномерной сходимостью. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова.

**Тема 12. Выборка. Выборочное пространство. Порядковые статистики. Типы статистических моделей. Выборочные числовые характеристики.**

26. Задачи математической статистики. Выборка. Выборочное пространство. Вариационный ряд. Порядковые статистики. Полигон частот. Гистограмма.

27. Эмпирическая функция распределения. Выборочные числовые характеристики. Выборочные моменты. Квантили.

**Тема 13. Теория оценок. Неравенство Рао-Крамера.**

28. Теория оценок. Оценка неизвестного параметра. Типы оценок.

29. Неравенство Рао-Крамера. Функция информации Фишера.

**Тема 14. Методы нахождения оценок.**

30. Метод максимального правдоподобия. Функция правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия.

31. Метод моментов.

**Тема 15. Доверительные интервалы для параметров.**

32. Доверительные интервалы для параметров. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Распределение Стьюдента.

**Тема 16. Статистическая проверка гипотез.**

33. Статистическая проверка гипотез. Критическое множество. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Теорема Неймана-Пирсона.



34. Критерий “Хи-квадрат” Пирсона.

## **5. Образовательные технологии**

Лекции с использованием компьютерных презентаций. Демонстрация проблемных ситуаций в развитии математического знания, связанных с разнообразными приложениями математики (в том числе, в области информационных технологий).

Практические занятия с использованием активных форм, в частности, - технологий *проблемного обучения* (не менее 30% занятий). Основной тип проблемных ситуаций - *решение учебных проблем*, чем обеспечивается сознательность, глубина и прочность знаний, повышение уровня самостоятельности обучающихся, выработка у них способности к актуализации ранее полученных и вновь приобретаемых знаний.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов состоит в следующем: работа с конспектами лекций, изучение литературы, выполнение домашних заданий, подготовка к экзаменам.

Методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в Приложении 1 к рабочей программе.

## **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Оценочные средства для проведения текущего контроля: Ответ на практическом занятии.

Оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины: контрольные работы. Экзамен.

Форма проведения экзамена: устная.

Критерий оценки: *«отлично»*.

Оценка *«отлично»* выставляется студенту, если продемонстрировано знание понятий и теорем курса и умение творчески применять их к решению задач.

Критерий оценки: *«хорошо»*.

Оценка *«хорошо»* выставляется студенту, если продемонстрировано знание основных понятий и теорем курса и умение применять их к решению простых задач.

Критерий оценки: *«удовлетворительно»*.

Оценка *«удовлетворительно»* выставляется студенту, если продемонстрировано незнание некоторых основных понятий и теорем курса.

Критерий оценки: *«неудовлетворительно»*.

Оценка *«неудовлетворительно»* выставляется студенту, если продемонстрировано незнание понятий и теорем курса и неумение решать даже простые задачи.





Типовые варианты вопросов представлены в фонде оценочных средств (Приложение 2).

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1976.
2. Розанов Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. М.: Наука, 1989.
3. Гихман И. И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев, 1979.
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М., 1984.
5. Зубков А. М., Севастьянов Б.А., Чистяков В. П. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1989.

### **Дополнительная литература:**

6. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков А.В. Сборник задач по математической статистике. М., 1989.
7. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1969.
8. Прохоров Ю. В., Ушаков В. Г., Ушаков Н. Г. Задачник по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М.: Наука, 1986.
9. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1980.
10. Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия, предельные теоремы, случайные процессы. М.: Наука, 1987.

### **Интернет-ресурсы:**

В локальной сети ИвГУ, по адресу **<http://10.1.1.39/>**  
доступны электронные варианты учебников и учебных пособий.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»  
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);  
<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>



Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, выполнения курсовых работ (проектов) с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения.

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.



Основная профессиональная образовательная программа  
01.03.01 Математика  
(Математика, алгоритмы и анализ данных)

---

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины: Белов А.С., профессор, доцент, д.ф.-м.н.**

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики  
«\_1\_» сентября 2023 г., протокол № 1

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия  
(подпись)

Программа обновлена  
протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Согласовано:  
Руководитель ОП \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия  
(подпись)